



KARDABERAZ BILDUMA - 2

NEURRIZTIA

KARDABERAZ BILDUMA - 2



NEURRIZTIA

«ANDINA IBINABEITIA SARIA»,
CARACAS - 1971, IRABAZITAKOA

LA OLIVA
PP. Cistercienses
BIBLIOTECA

LUIS EGUIA

ATARIA

KARDABERAZ-BILDVMA'ren bigarren alea dezu eskuetan, irakurle.

Luis Egia'rena. ANDIMA IBIGANABEITIA SARIA, 1971' gnean. irabazitakoa.

Euskalerritik at ibillia izan arren bere bizitzako urterik geienetan, ez zuan euskararik aaztu egilleak. Gutxiago ere. Aaztu ez, maiteki zaindu baizik.

Tolosarra da Egia. Ta inguru urtako errietan ditu bere sustiraiak, Euskara jatorra erabiltzen dan tokietan... Ez da arritzeko fruituak alakoa irtetzea.

* * *

Loyolako batzar nagusian (Otsailak 18, 1971) gure bazkide Jose M." Zamorak ziona betetzera goaz :

"Gaur gure euskerak TEKNIKA GAIK argitaratu bear ditu. Orixe, bear bada, guztiok alkartuta, izan leike KARDABERAZ BAZKVNA'ren bigarren aldi onetako eginkizuna...".

Elburua jarrita daulcagu ta bideak ibiltzen asi gera.

Ona emen aurreneko pausoak emanak.

Teknika-gaia da NEURRIZTIA.

Gure asmoak badute beste elburu bat ere :

Badira gure artean madarikazioak ukitulako zenbait idazle.

Leen gerrateak eta gerrate-ondorenak... Orain, berriz, gazteen zapuzketak... Gazte ziranean girorik ez; zaartzaroan giroa bai, gazletasunik ez. Eta maitekor egindako lanak illunpean usteltzen.

Galduko dira sekuíako iñork illunpetik ateratzen ez baditu. Guk lagunduko diegu argitara etorlzen.

Aiñ aberatsa aidegu gure euskal-literatura lan oiek arbuiatzeko...?

Mailla-puntakoak bakarrik aldute bizitzeko eskubidea...? Ta denak ez dira goi-goikoenak izango; baiña, gaur atcratzen dan zenbait liburu baiña askoz obeak, bai, badira.

Lan oiek guk bilduko ta aterako ditugu.

Aurrera begira TEKNIKA GAIETAN eta atzekoai esku-emanaz.

ANASTASIO ARRINDA

KARDABERAZ - BILDUMAK arduradun

HITZAURRE GISA

Andima Ibinagabeitia, Elantxobe'n (Bizkaia) jaioa, euskera-zale purrukatua, gizon apal, argi ta jakintsua, herrimiñez beterik 1967'gneko Azaroaren 2'an Caracas'en (Venezuela) hill zan.

Hain zan haundia bere euskeraganako maitasuna, bere bizi guztiaren zehar kezka ta irrika hori bihotz erdian eraman zuen. Ez bakarrik eraman, baizik eta lehenengoetako bat izan zen gure gaurko hizkuntz berbizkunde honen bultzatzaile ta eragile bezala.

Euso-Gogoa aldizkarika aparte, hainitz euskara lan egin zuen, baita itzulpen zoragarririk ere, Bergili'ren Unai-Kantak eta Alor-Kantak izan diralarik goi mailakoenak.

Bere bururakizuna izan zan, baita ere, erbesteko aberkideak euskerari lagundu behar genioa eta horregaitik bere lagun eta ikasle giñan talde batek asmo hura aurrera eramatea erabagi genuen Euskara Lagunen Elkartea sortuaz eta elkartearen betekizun nagusientzat urteroko US 1.000,00 dolarreko ANDIMA IBINAGABEITIA SARIA antolaturik.

1971 'garren urtean, eskuetan daukazuten NEURRIZTIA izan zan sari horren irabazle. Bere egilleak eskatu digunez gero hitzaurretxo bat egitea, laburpen batetan nahi izan dizuegu eman, bai sariaren beraren berri bai eta sari izenburuarena ere.

Bidezko da, bestalde, Andima berak sarri esaten zigun zertxo bat ere azaltzea. Zera, guri euskaldunoi euskeraz irakatsi izan ba-dezaiguten, beste ollar batek kantatuko zuala, alegia.

Hontaz, bazuen esanahi eta argibideri asko. Esate baterako, zein erreza izanzen litzakean euskaldun batentzat seiki edo zortzi-kiak er ziran ikastea eta ez ikasi behar izaten genituen hexágono, octógano ta abar...

NEURRIZTI honetan, honelako zenbait izen ta esaldi errez aurkituko dituzute eta, dudarik ez, ikaskuntzak berez dituan zailtasunak errezbide batetan zehar arinago ta egokiago irudituko zaizkizutela. Hauxe da izan Euskera Lagunen Elkartearen helburu bat. Euskaldun haurrentzat heziketa berezi ta jatorra paratzea. On-do dakigu jakin, gure nortasunari eusteko bide bakarra dala heziketarena eta herri batek ezin daitekeala iraun gaur egun, kultur berezi ta benetako baten jabe bilakatzen ez baldin bada.

Ezin daikegu, bestalde, kultur mailarik urratu, oinarri sendo ta bidezkoak ez baldin baditugu ezartzen, zeren atzerritar kultur batetan goi mailako jakitunak izan gindezke, baina gure hizkuntzakoan abedegabe edo analfabeto utsak, orain gertatzen zaukun bezala.

Denok gaude egon zuei begira, bai E. L. E.'ko baskide, bai eta Neurrizti honen egille ta beste nola nahiko euskaldunok, ondo konturatu bait gara, heziketa dugula gure biharko etorkizuna.

Ea bada, ahalegindu zaitezte denok nahi ta behar dugun euskal kultura egiazko bat lortzen. Bete itzazute zuen eginbeharrak, guk gure apaltasunean betetzen ahalegindu garen bezala. Hori opa dizuegu.

E. L. E.'KOAK

LENENGO IKASKAIA

I(z) bereziak

Neurriztia=geometría. (Neurrí-iztia. Jeometri-moduz neurriak artzen erakusten digun iztia edo íburua).

Lerro = Hnea.

Lerro-zuzena=la línea recta.

Zabalgune=superficie. (Zabal-une edo zabal-tarte).

Luzera=longitud (Luze-era edo luze-modua edo luze-neurria).

Zabalera=área, magnitud de superficie (Zabal-era edo zabal-neurria).

Lodiera=volumen. (Lodi-era edo zenbat lodi duan).

Lerro makoa=línea eurva, en forma de arco (Arku edo mako moduko lerroa).

Txapala=plano, de forma plana. (Zabalgune txapala).

Borobiltza=redondeado. (Zabalgune borobiltza, superficie redondeada).

Iarkera=posición, sitio ocupado, manera de estar (Jartzeko modua).

Zabal-neurketa=Geometría de los cuerpos, del espacio, medición de los cuerpos geométricos. (Korputzak neurtzeko era).

ASI GAITEZEN, ZENBAIT IZEN ZER DIRAN ESANEZ

1. **Neurriztiak**, korputzen aundiera neurtzen du.

Korputza, edozein izan ditek: giza-soiña, arri-puska, izar, egur...

Gauzen aundiera, bakoitzak izadian betetzen dun toki-lekua dezu, eta iru eratako izan ditek: luze, zabal eta lodi.

Irurak nastuan agiri dira. Izan ere, gauzak ez dira luze bakarrik, ez zabal bakarrik, ezta lodi bakarrik ere;

bañan, Jeometriaren onerako, buruz bakarka artuko ditugu.

2. Luze utsari, **lerro** deituko. Neurri bateko aundiera.

Luze ta zabal danari, **zabalgune**. Bi neurriko aundiera.

Luze ta zabal eta lodi danari, **korputz**. Iru neurriko aundiera.

3. **Jeometri-puntua**, edo **neur-puntua**, gai txikiena da.

Ez du berez neurririk. Ezin puskatu ditek;

bañan neurridunak, guztiak puntuz osatzen dituzu.

Puntuak adierazteko, egízu bi lerroz gurutze txíkia. (Ikusi lenengo irudia)



B ✘



(1 gn. irudici)

4. Iru aundi-era auek zer diran ulertzeko, onela pentsa-zenezake:

a) Puntuak errezkadan ipiñiaz, **lerroa** egingo zenduke.

b) Lerroak bata bestearen ondoan ipiñiaz, **zabalgunea**.

c) Eta zabalguneak bata bestearen gañean ipiñiaz, **korputza**.

Puntuak ez du neurrik; lerroak ez du zabalik;
eta zabalguneak ez du loditasunik.

Lerrorik motxenak, azken-gabe puntu ditu;

zabalgunerik estuenak, azken-gabe lerro;

eta korputzik txienak, azken-gabe zabalgune.

Orobat, lerroaren muturrak beti bi puntu dira;

zabalgunearen ertzaldeak, zenbait lerro;

eta korputzaren gain-azala, zenbait zabalgune.

5. Lerroaren aundiari, **luzera** esan oi zaio;

zabalgunearen aundiari, **zobalera**;

eta korputzaren aundiari, **lodiera**.

6. Lerroa izan diteke zuzen eta mako.

Lerro zuzena dezu, puntu guztiak errezkada berean dituna.

Lerro makoa, bi puntu errezkada berean ez dituna. Beti okertzen dana.

7. Zabalgunea izan diteke txapal eta borobiltsu.

Zabalgune txapala, beti berdiña dana;

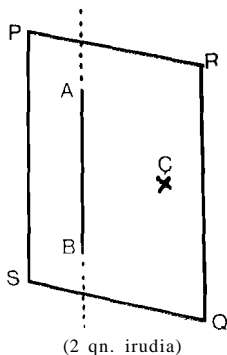
au da, lerro-zuzen bat alde guzietara gañean arí jarri ezkerro, erabat erantsiko litzaiokena.

Zabalgune borobiltsua, iñun berdintasunik gabea. Beti okertzen dana.

8. Zabalguneari buruz oarrak:

a) Zabalgunea berez mugarik gabea dezu; bañan mugatzea kome-
ni zaigu, eta ortarako zenbait izki edo letra jartzen dizkiogu.

Ikusi 2 garren irudian, PROS edo PO izkiak.



b) Lerro batetik, ezin konta-al zabalgunea pasa ditezke;
eta zabalgunea batek, lerro-zuzen bati osoa egin ezker,
azken-gabe toki eta jarkera izango lituzke.

c) Iru puntu-zear (errezkada zuzenean ez badaude)
zabalgunea bakarrik igaro ditezke; eta orregatik zabalgunea,
zuzenki ez dauden iru puntuek mugatzen dute.

(Bitez iru puntu A/B/C 2-garren irudian;
eta egizu A/B bi puntuak ikutzen ditun lerro-zuzena.
Orain P/K zabalgunek jára-egín beza A/B inguruan;
eta bein bakarrik (une bakarrean) ikutuko du C-puntua.

Orregatik A/B/C puntuak-zear, zabalgunea bakarrik igaro ditezke).

d) Bí lerro-zuzenek alkar-ikutzen dutenean, zabalgunea markatzen
dute; baita lerro-zuzen batek, eta lerroz kanpoko puntu batek ere.

(Izctn ere, bi lerro-zuzenek alkar-ikutzen duten puntu ori,
eta lerro bakoitzaren puntu bana,
orra or zabalgunea mugatzen duten iru puntuak.
Baita lerro-zuzenaren bi puntuak,
eta lerroz kanpoko beste puntua ere)

- e) Bi zabalgunek alkar-ebakitzean, lerro-zuzena egiten dute.
(Izan ere, iru puntu lerro ez-zuzenean baleude,
bi zabalgunek ez lirake bi izango, bat baizik).

9. Neurriztiak bi zerti ditu: **zabal-neurketa** eta **korputz-neurketa**. **Zabal-neurketa**, bi neurriko (luze ta zabal) aundierak neurtzen dituna.

Korputz-neurketa, iru neurriko (luze, zabal eta lodi) aundierak neurtzen dituna.

10. Garrantzi aundiko oarra.—Ba-dakigu (jeometri-gauzetan) azalkizuna, azaldu edo argira ekarri bear degun egi izkutua dala. Azalkizunak zenbait zati ditunean, bi moduetara adierazi ditezke: zuzenka eta alde-erantzika. Bañan ortarako, lojika-bideak ondo gorde bear dira. Egin dezagun kontu, azalkizun onen iru zatiak agertu ditugula:

- 1) A B-ren neurriko baldin bada,
M N-ren neurriko dezu.
- 2) A B-baño aundiago baldin bada,
M N-baño txikiago dezu.

Azalkizun onen alde-erantzia, au izango litzake:

- 1) M N-ren neurriko baldin bada,
A B-ren neurriko dezu.
- 2) M N-baño aundiago baldin bada,
A B-baño aundiago dezu.
- 3) M N-baño txikiago baldin bada,
A B-boño txikiago dezu.

Ori orrela dala ikusteko, naikoa dezu lojikalaz pixka bat pensatzea; eta gauzak alde-erantzika jarri bearra, askotan gertatuko zaizu liburu onen orrialdeton.

BIGARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Puntu bat-zear=a través de un punto {puntu bat ikutuaz}.

Mutur-ertzak=extremos (lerroaren mutuz-ertzak, extremos de una línea).

Lerro-bizkia=línea paralela (bizki diogu, bi berdiñak eta parez-pare dau-denak diralako). Itz onek gorrantzi aundia dauka. Asko balio du.

Lerro-tentea=línea vertical. (La línea AB es vertical a la MN. AB-lerroa MN-ren tentea da).

Lerro-zearra=línea oblicua. (Lerro ez-tentea. Zear-lerroa).

Berdintza=igualdad, proporción igual. Berdintasuna.

Alkar-neurgarri=commensurables entre sí. Alkar edo beren apteon neurtu ditezkenak.

Alkar-neurreziñak=incommensurables entre sí. Alkarren artean neurtu ezin ditezkenak.

Lerro zatitua=línea quebrada o poligonal. Egiaren egiaz, lerro zatitua bi lerro dira. Bi lerro-zuzen ez errezkada berean.

Lerro zokoduna=línea poligonal. Zokoak egiten dituana.

Zokoa=ángulo.

Zokodi = polígono, conjunto de ángulos. Zoko-sailla.

Mugalde = lado. Muga-alde. Mugatzen duan alde.

ZABAL-NEURKETA

LERRO-ZUZENA

11. Esanda daukagunez, **lerro-zuzena**, bere puntu guztiak errezkada berean dituna dezu.

12. **Lerro-zuzena**, baita ere, bi puntuen arteko biderik motxena dezu. Lerro-zuzena izendatzeko, bi izki (letra) edo geiago jartzen dizkiogu; bañan bakarrik dagoanecm, izki bakarra.

13. **Oarra.**—Neurritzian bide edo tarte diogunean (besterik ez bada esaten), biderik edo tarterik motxena adierazi nai degu.

Orregatik, arestían aipatu degunez,
 "bí puntuen arteko tartea,
 biak ikutzen ditun lerro-zuzena dezu".

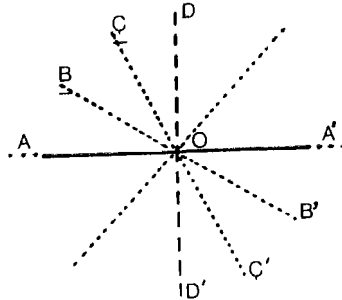
Era berean, "puntu batetik lerro baterako tartea, edo zabalgunere bate-
 rakoa, puntutik lerroa, edo zabalgunera, dijoan lerrorik zuzen-motxe-
 nadezu".

14. Lerro-zuzenari buruz, jakin-bearrak:

a) Lerro-zuzena berez, azkenik gabea dezu, bere bi aldetatik;
 bañan neurtzean eta izendatzean, moztu egiten degu, eta lerro-zati
 biurtzen.

b) Zabalgunere bateko puntu bat-zear,
 azken-gabe lerro-zuzen pasa ditezke.

Eta lerro-zuzen batek, puntu bati bíra bete emango balio,
 azken-gabe toki eta jarkera artuko lituzke,
 eta zabalgunere osoa ikutuko luke.



(3 gn. irudici!

(AA'/BB'/CC' eta abar (3 garren irudia) lerro-zuzenak
 O-puntuari jiraka, artzen ditun zenbait toki edo jarkera
 dituzu).

c) "Bi puntu-zear, lerro-zuzen bakarra pasa diteke".

(Beraz, A/A' puntuetatik, AOA' lerro-zuzena bakarra
 pasa diteke; izan ere, besterik pasako balitz, AOA'-kin
 bat-egingo luke).

d) Lerro-zuzen baten jarkera, bi puntuek markatzen dute.

e) Bi lerro-zuzenek, puntu berdín bi izan ezkeró,
lerro-zuzen bera egiten dute, beren luze guztian.

f) Bi lerro-zuzenek, puntu bakarra izan dezateke biena;
eta puntu bakarrean alkar-ebaki dezateke.

(Izan ere, bi edo geiago puntu berdín baldín badítuzte,
lerro ber-bera dituzu).

g) Beren mutur-ertzak berdiñak, eta alkar bat-egiñak, dituzten bi
lerro-zuzenak, edo bi lerro-zati zuzenak, lerro bera dituzu.

15. Arestian (f jakingarrian) esan degunez, zabalguné berean dau-
den bi lerro zuzenek, puntu berdín bat bakarra izan dezateke, ala
batez.

Zabalguné berean dauden bí lerro-zuzenek, ez badute puntu berdi-
ñik, edota nai ainbat luzatuagatik, ez badute alkar-ikutzen, **lerro-biz-
ki** deritzate.

Puntu berdiñik baldín badute, edo luzatuaz alkar-joko balute,
au bi eratara gerta diteké:

a) bata besteagandik alderatu gabe, berun-aria bezela;

b) edota alde batera saiestuaz.

Alderatzen ez bada, **tente** dala diogu; eta alderatzen bada, **oker**.

(Orrela, irugarren irudian, DD'-lerroa AA'-lerroaren **tente**
dezu; eta BB'/CC' lerroak berriz, AA'-lerroaren ez-tente,
edo **oker** dituzu).

16. OARRA.—Naiko garbi agiri danez, lerro-zuzen bat bestearen
tente danean, bigarren au aren tente dezu.

(DD' ez bada AA'-tik alde batera edo bestera saiesten,
ezta AA' DD'-tik ere;
eta BB' AA'-tik alde bateratzen bada,
baita AA' BB'-tik ere).

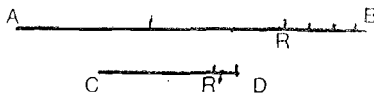
17. Zerbaiten aundiera neurtzeko, cru da, zerbait zeñen aundi dan ikusteko, bere motako zati baten ondoan jartzen degu (zatiari **neurri** deitzen diogu) eta zenbat aldiz artzen ditun ikusita, ainbat **neurri** ditula esan oi degu.

Lerro-zuzenak zuzenean neurtzen dira, neurritzat artutako zatia ayen gañean (bear ainbat aldiz) ipiñiaz.

Beste lerroak ez dira zuzenean neurtzen, zearka baizik, lerro-zuzenaren bidez.

Baita zabalguneta ta korputz guztiak ere.

18. Lerro-zuzena neurtzeko, neurritzat artu dan zatia (metroa, kana...) bear-ainbat aldiz jartzen zaio gañean, baita neurgai txikiak ere (amarrenak, eunenak...) eta guztiak bateratuaz, or daukazu aren neurri betea. Neurritzat beste lerro bat artuko bazendu, eta neurri ori (bear ainbat aldiz ipiñita) juxtu sartuko balitzaizu, ori zenduke neurri osoa. Bañan, juxtu aldiz sartuko ez balitz, bientzako neurgai txikiagoa billatu bear dezu; eta lerro txikia aundiaren gañean ipiñi; gelditzen dan puska, txikiaren gañean; oni gelditzen zaiona, len geldituaren gañean, eta abar. Gero, neurgai txiki-txikiena zenbat aldiz sartu dan ikusiaz kontu-atera.



C Rⁿ D
(4 gn. irudia)

Orrela (4 garren irudia) CD ez da juxta-aldiz AB lerroan sartzen. Bi bider jarrita, RB gañez galditzen da.

Orregatik, $AB = 2CD + RB$ dezu.

(AB dezu, 2CD eta RB biak ainbat) (I).

Bañan RB jartzazu CD-ren gañean, eta $CD = RB + R'D$ dezu,

(CD dezu, RB eta R'D biak ainbat) (II).

Jartzazu orain R'B RB-ren gañean, eta $RB = 3R'D$ dezu.

(RB dezu, 3R'D ainbat).

Beraz, AB/CD lerroentzako alkar-neurririk aundiena, R'D dezu;

Bañan $RB = 3R'D$ dan ezker, jar-dezakezu (II);

$$CD = 3R'D + R'D = 4R'D \text{ dala.}$$

Bañan, $CD = 4R'D$ eta $RB = 3R'D$ diran ezker,

$$AB = 8R'D + 3R'D = 11 R'D \text{ dezu.}$$

Ortaz, $AB = HR'D$ eta $CD = 4R'D$ diran ezker,

berdintza au dator:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{11R'D}{4R'D} = \frac{11}{4}$$

AB beraz, CD-ren $11/4$ dezu C (CD-ren amaika laurden).

Edo berdina dana CD-ren $2 \frac{3}{4}$ (Bi CD, eta iru laurden).

19. OARKIZUNAK.

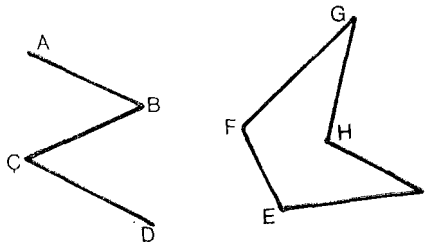
a) Aurreko adibidean, AB/CD lerro-zuzenek alkarreko neurgai berbera dute, eta orregatik **alkar-neurgarri** dirala diogu.

b) Alkarreko neurgai berbera ez dutenean (azken-pusketa aurrekoan beñere juxtu sartzen ez danean, alegia) **alkar neur-eziñak** dituzu.

c) Bi lerroen arteko alkar-neurpena billatzeko (gutxi gora-bera), egi-zu len esan degun bezela, eta azken-kondarrak utzi itzazu.

20. Aundierak (bai luzera, bai zabalera, bai lodiera) **alkar-neurgarri** dituzu, neurgai berbera dutenean; eta **alkar neur-eziñak**, neurgai berdiñik ez dutenean.

21. Bi lerro-zuzenak, bata besteari erantsi ezker (ez errezkada berean) **lerro zatitua** edo **zokoduna** deritzate.



(5 gn. frudici)

Orrela, (5 garren irudian) ABCD **lerro zatitua** dezu.

Lerro zatituak, itxia danean, zabalgune bat egiten du bere barruan. Zabalgune orrek zokoak dauzka, eta orregatik **zokodi** deritza (erde-raz **poligono**); eta inguru-lerroak **mugalde**.

Orrela (5 garren irudian) AFGNI zokodi dezu, eta EF/FG/GH/HI/IJ zokodiaren mugalde.

IRUGARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Kantoi = vértice. Zokoa kcuipolik ikusia. Bi lerro-zuzenen iku-puntua.
Biderdian egon = equidistar. P-puntua A eta B puntuen biderdian dago.
El punto P equidista de los puntos A y B.
Zoko-tentea = ángulo recto. 90 malla dituan zokoa.
Zoko-okertua = ángulo oblicuo. Zoko ez-tentea. 90 malla ez dituan zokoa.
Zoko-estua = ángulo agudo. 90 malla baño gutxiago dituan zokoa.
Zoko-irikia = ángulo obtuso. 90 malla baño geiago dituan zokoa.
Zoko-osagarriak = ángulos complementarios. Zoko tente BAT osatzen dutenak.
Zoko-betegarriak = ángulos suplementarios. Zoko tente BI betetzen dituztenak.
Alkar-berdiñak = iguales entre sí.
Alkar-bizkiak = paralelos entre sí.
Alkar-tenteak = perpendiculares entre sí.
Zoko-urkoak = ángulos adyacentes. Aldemeneko zokoak.
Azalkizuna = teorema. Azaldu nai degun egia.
Alderantzian = recíprocamente. Teorema recíproco = Azalkizuna alderantzian.
Zoko gurutzatuak = ángulos opuestos por el vértice. Gurutze-eran jarriak.
Zoko-erdibitzailea = bisectriz de un ángulo. Zokoa bi erdi egiñik uzten duan lerro-zuzena.
Luzapen = prolongación. Lerroaren luzapena — Prolongación de una línea.
Errezkada = hilera, orden. Iru puntu errezkada berean. Tres puntos en línea recta.

Z O K O A K

22. Bi lerro-zuzenek puntu bat ikutzean, beste aldetik zabaltzen dijoazte, eta beren barruan **zoko** bat eñriten dute.

Bi lerro-zuzenek ikutzen duten puntua, **kantoi** esan oi da; eta lerro-zuzen bakoítza, **mugalde**.

Iru moduz izendatzen dira **zokoak**:

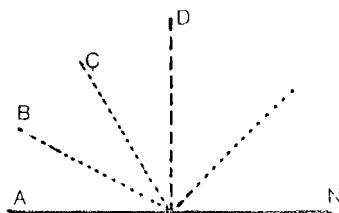
- Iru letraz. Mugalde bakoitzari izki bana, eta kantoiari irugarrena ipiñiaz.
- Izki bakarraz. **Kantoi**an (bakarra danean) ipiñiaz.
- Zoko barruan izki edo zenbaki (numero) bat ipiñiaz.

Orrela esaten degu: ABC zokoa, edota B zokoa;

DOF zokoa, edota l'go zokoa;

GOE zokoa, edota 3'go zokoa.

23. Zokoaren aundiera, ez da bere mugaldeen luzeaz neurtu bear. Mugaldeak, puntua ikutzen duten beste aldetik azken-gabe bait-
dira.



(6 gn. irudia)

Egizu kontu (6 garren irudian) OA lerro-zuzena geldu dagola, eta OB lerroa jiraka ari zaíola O-puntu gañean.

Mugitzen arí dan bezela, jarkera berriak sortzen dira (OB/OC/OD eta abar),

OA lerrotik gero ta urrutiago, ON puntura eldu arte.

Orduan ON/OA errezkada berean jartzen dira, eta zokoa desegiten da.

Orobat, 6 garren irudi ortan,

OA-kin zoko-egiten dun lerroa, OD-tokiraño datorrenean,

A/N puntuen biderdian gelditzen da, biak alkar-tente, alkar-zutik, eta orregatik AOD/DON zoko berdiñak dira, eta **zoko-tente** deritzate.

Beste lerro-zuzenak (OB/OC/OD eta abar) ez daude alkar-zutik, alkar-tente,

zerbait etziñik baizik, alde batera okerturik;

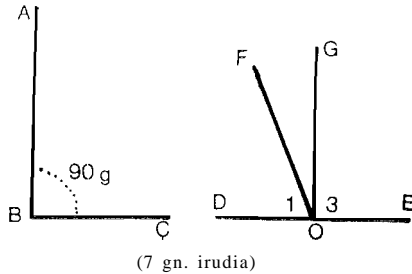
eta batzuek, AOD baño zoko irikiagoa egiten dute, besteak itxiagoa.

Zoko oyek **okertuak** deritzate.

24. **Zoko-tentea**, alkar-zutik, alkar-tente dauden lerro-zuzenek erazten dutena dezu.

Ect **zoko-okertua**, alkar-tente ez dauden lerro-zuzenek egiña.

Zoko-okertua izan diteke: **estua**, zoko tentea baño txikiagoa; eta **irikia**, zoko-tentea baño aundiagoa.



Orrela (7 garren irudian) ABC/DOG/GOE zoko-tenteak dituzu; DOF zoko-estua, eta FOE zoko-irikia.

Ez da zalla ulertzen, zoko-tente guztiak berdiñak dirala; bañan adierazi dezagun.

25. **AZALKIZUNA.**—**Zoko-tente guztiak berdiñak dira.**

Artu ditzagun ABC eta GOE zoko-tenteak (7 garren irudian); eta jarri bata bestearen gañean, B-kantoiia O-kantoiaren gañean, eta BC-mugaldea OE-mugaldearen gañean.

Orduan, jakiña, BA-mugaldea OG-mugaldearen gañera letorke; bestela beste tokira (OF-ren gañera adibidez) baletor, zokoak ez lirake (diran bezela) tenteak izango.

Ortaz BA OG-ren gañera datorrelako,

ABC = GOE dezu (COE-ren neurriko dezu. Edo alkar-berdiñak dítuzu).

26. **Zoko-osagarri** esan oi dira, biak zoko-tente BAT osatzen dutenak.

Eta **zoko-betegarri**, biak zoko-tente BI betetzen dituztenak.

DOC/COB zokoak (8 garren irudían) alkar-osagarri dituzu.

AOD/DOB eta AOC/COB zokoak, alkar-betegarri.

27. **ONDOREA.**—**Bi zoko (osagarri berdiñak edo betegarri berdiñak boldin badituzte) alkar-berdiñak dituzu.**

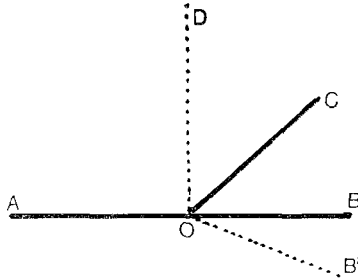
Izan ere, gauza berct bear dute izan, zoko-tente bat, edo bi, balio iza-
teko.

28. Zoko-urkoek, kantoi bera izanik, mugalde berct bera daukate,
eta bestea errezkada berean.

AOD/DOB (8 garren irudian) **zoko-urko** dituzu; baita AOC/COB ere.

**29. AZALKIZUNA.—Zoko-urkoek (biak berct) bi zoko-tente betetzen
dituzte, eta zoko-betegarri dituzu.**

Izan ere, (8 garren irudian)



(8 gn. irudia)

OD/AB lerroak alkar-tente daude; beraz AOD zoko-tentea dezu, eta
baita DOB ere.

Ortaz, $AOD + DOB = 2T$ dituzu (AOD eta DOB, biak bat, bi zoko-ten-
te dituzu).

OC/AB lerroak berriz, alkar-okerturik daude.

Egizu bada OD-lerroa AB-ren tentea, eta argi ikusten dezu,
AOC/COB eta AOD/DOB zoko-pare alkar-berdiñak dirala,
eta berdin balio dutela, bi zoko-tente.

**30. ALDERANTZIAN.—Zoko-betegarriek (kontoi bera izanik, mu-
galde bona bera baldin badute) beste mugalde bana errezkada
berean daukate.**

$AOC - COB = 2T$ dan ezker, AO/OB lerroak errezkada berean
daude.

Izan ere, AO-lerroa luzatuaz, OB'-lerro biurtuko balitz,

$AOC + COB' = 2T$ lirake, eta baita $AOC + COB = 2T$ ere.
 Ortaz $AOC + COB = AOC + COB$, izango lirake;
 edo berdin dana, $COB = COB'$ izango litzake. Ezin diteken gauza.

31. ONDOREAK.

1) **Zoko-tentearen zoko-urkoa, zoko-tente;
 Zoko-okertuaren zoko-urkoa, zoko oker.**

2) **Bi lerro-zuzenek (alkar-zutik ebaki ezker) zoko-tente eratzten dute.**

3) **Zoko batek (dana dala) bi zoko-tente baño gutxiago balio.**

Izan ere, luza ezazu zokoaren edozein mugaldea, eta sortzen diran bi zokoek, bi zoko-tente balioko.

4) **Lerro-zuzenaren puntu baten gañean (alde botera) egin ditezken zoko guztiek, bi zoko-tente balio.**

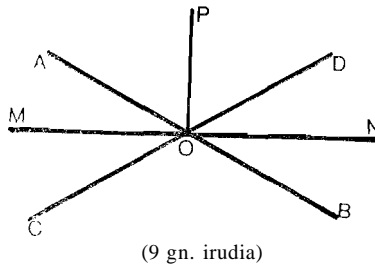
Guztiak bí zoko-urko bait-dira.

Orrela (8garren irudian) $AOD + DOC + COB = AOD + DOB = 2T$.

5) **Puntu baten inguruan erotutako zoko guztiek, lau zoko-tente balio.**

Izan ere, luzatu ezazu oyetako lerro-zuzen birt, edozein, eta goi-aldeko zokoek bí zoko-tente balio; bekoek beste bí. Guztiek lau.

32. **Zoko-gurutzotuek** kantoi bera dute, eta beren mugaldeak alkarren luzapen dira.



Orrela (9 garren irudian) AOC/DOB zoko-gurutzatuak dituzu.

33. AZALKIZUNA.—Zoko-gurutzatuen alkar-berdiñak dítuzu.

Betegarrí bera dutelako. Orrela (9 garren irudian), AOD-zokoa AOC-zokoaren betegarri dezu, eta baita DOB-zokoarena ere.

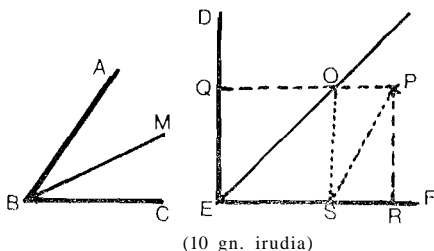
34. Zoko-erdibitzallea,

zokoa bi erdi-berdin egiten ditun lerroa dezu.

Orrela (10 garren irudian) ABM/MBC zoko berdiñak baldin badira, BM-lerroa AMC-zokoaren **erdibitzalle** dezu.

35. AZALKIZUNA.—1) Zoko-erdibitzallean dagoan puntua, bere mugaldean biderdian arkitzen da.

2) Zoko-erdibitzallean ez dagoan puntua, bere mugaldean biderdian ez da arkitzen.



1) Bedi M-puntua, AMC-zokoaren BM-erdibitzallean.

BM-tik tolestuaz (doblatuaz), ABM-alderdia BMC-ren gañera dator, eta BA-mugaldea BC-mugaldearen gañera: ABM/MBC zoko-berdiñak bait-dira (34).

Orregatik (BA/BC lerroek bat-egíten dutelako).

BM-erdibitzallearen puntu guztiak, bi mugaldean biderdian arkitzen dira.

2) Bedi P-puntua, DEF-zokoaren EO-erdibitzalletik kanpoan.

PO/PR lerroak egiñik, (P-tik DE/EF mugaldetarañoko tartean), PQ-lerroak EO-erdibitzallea ebakitzen du; eta OO-lerroa, O-tik DE-rañoko tartea dezu.

Orain egizu OS-lerroa (O-tik EF-rañoko tartea);
 eta egizu baita PS-lerroa ere.
 PR-lerroa (P-tik EF-rañoko tartea dan ezker),
 PS = lerroa baño motxago dezu ($PR < PS$) (13).
 Bestetik berriz, $PS < PO + OS$ dezu (12);
 eta $OS = OQ$ dan ezker, $PS < PO + OQ$ dezu. Edo berdin dana,
 $PS < PQ$.
 Eta areago PR PO-baño txikiago dezu ($PR < PQ$); edo berdin dana,
 $P =$ puntua EF-alderago dago, ED-aldera baño. Ez beraz biderdian.

36. ALDERANTZIAN.— **Zoko-mugaldeen biderdian dauden puntuak, zoko-erdibitzalleon arkitzen dira; eta bide erdian ez daudenak, ez dira zoko-erdibitzallean arkitzen** (10).

37. JEOMETRI = LEKU esan oi zaie, gauza nabargarririk agertzen duten puntu-lerroei.

38. ONDOREA.—**Zoko-mugaldeen biderdian dauden puntuek, zoko-erdibitzallea dute Jeometri leku.**

39. **Zoko-erdibitzalleori buruz, zenbait iakingarri:**

1) **Bi zoko-urkoen erdibitzalleek, zoko-tente bat osatzen dute.**

Bitez AOC/AOD zoko-urkoak, eta OM/OP beroyen erdibitzalleak.
 Lerro oyek, MOP-zoko tentea osatzen dutela diogu.

Izan ere, $MOP = 1/2 AOC + 1/2 AOD = 1/2 (AOC + AOD) = 1/2 2T = T$.

(Onela irakurri: MOP neurtzeko, AOC-ren erdiari AOD-ren erdia jarri; edo berdín dana, AOC eta AOD biak bat-egin, eta erdia atera; edo berdin dana, bi zoko-tenteen erdia atera (tente bat).

2) **Zoko-gurutzetuen erdibitzalleak, bata bestearen luzapen dituztu, eta, beraz, errezkada berean daude.**

Bitez OM/ON lerro-zuzenak, AOC/DOB zoko-gurutzetuen erdibitzalle (9 garren irudia).

AOC/DOB zoko-gurutzatuek, AOOD dute zoko-urko;
eta OP-lerroa AOD zoko-erdibitzalle dezu.

Bañan MOP/PON zoko-betegarri dituzu, eta bi zoko-tente betetzen dituzte,

$MOP + PON = 2T$ bait-dira. Orregatik MO/ON alkar-luzapen dituzu, eta MN lerro bat bakarra egiten dute; edo berdin dana, errezkada berean daude.

LAUGARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Irudia=imagen, figura.

Tartea=distancia, espacio entre.

Neurriko izan=ser igual a otro. A-zokoa B-ren neurrikoa **dezu.** El ángulo A es igual al B.

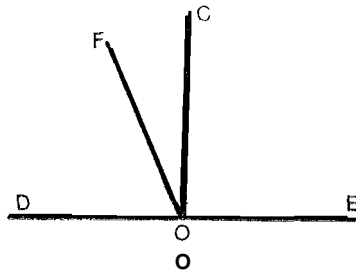
Ondorea=corolario. Aurreko egi baietk datorrena.

LERRO-TENTTEAK ETA LERRO-ZEARRAK

40. Esan degunez (15), **Lerro bat bestearen tentea dezu, onen alde batera edo bestera saiestu gabe ikutzen duna; eta zearra, alde-bateratuaz ikutzen duna.**

41. **AZALKIZUNA.—Lerro bati (puntu batean) alkar-tente bakarra altxa leikioko.**

Puntua lerro-zuzenean egon diteke, edo lerrotik kanpoan.



(1 gn. irudia)

1) Bedi O-puntua DE-lerro zuzenean (11 garren irudian).

Egizu O-puntuan OC-lerroa, DE-ren tentea;

eta bi zoko-tente COD/COE dauzkazu (24).

Puntu ortan bertan beste lerro bat egiten badezu, OF adibidez, bi zoko-oker FOD/FOE dauzkazu.

Orregatik DE-ren zearra dezu, ez tentea (24).

2) Bedi-P-puntua AB-lerrotik kanpoan (12 garren irudia).

Egizu P-puntuan PO-lerroa, AB-ren tentea. AOP zoko-tentea dezu. PC-lerroa ere, AB-ren tentea balitz,

irudiaren goiko aldea AB-tik tolestuaz,

AOP'zoko-tentea zenduke, eta PO/OP' PP'-lerro bakarra (30).

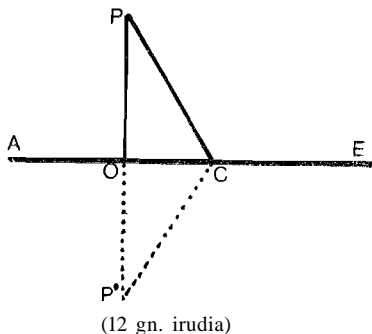
Ortaz, PC (orain diogunez) AB-ren tentea balitz,

ACP'/ACP bi zoko-tente lirake, eta PSP' lerro-zuzena (30);

eta bi puntuetatik, bi lerro-zuzen berezi pasako lirake,

iñola ezin diteken gauza (14,3). Orregatik PC ez da AB-ren tentea.

42. AZALKIZUNA.—Puntu batetik lerro-zuzen boterako tentea, andik egin leikioken lerro-zuzenik motxena dezu,



PO-lerroa (12 garren irudian) AB-ren tentea, PC baño txikiago dezu.

Tolestu ezazu, len bezela, irudiaren goiko alderdia;

eta AOP zoko-tentea danez, AOP'ere zoko-tentea dezu.

Orregatik PP' lerroluzena dezu, eta PCP' lerro-okertua (14, 3);

PP' beraz PCP'-baño txikiago dezu ($PP' < PCP'$) (12).

eta PO (PP' erdía) PC (PCP' -ren erdía) baño txikiagoa ($PO < PC$)!

43. ONDOREA.—Puntu batetik lerro-zuzen boterako tartea, andik lerro-rako tentea dezu.

Aurreko 13 garren zenbakian esan genduanaz,

P-puntutik AB-rañoko tartea (12 garren irudia)

PO-lerroa dezu, AB-ren tentea.

44. ALDERANTZIAN.—Edozein lerro (puntu batetik lerro boteraño-ko tarterik *motxena* baldin bada) puntutik lerrorako tentea dezu.

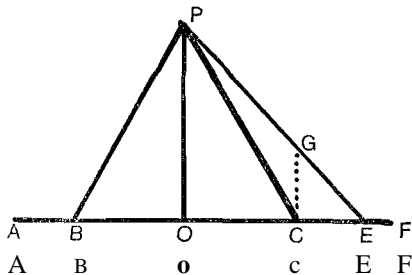
Zear-lerro guztiak baño motxagoa bait-da.

45. AZALKIZUNA.—Lerro-zuzen bati lerro-tentea, eta zenbait zear-lerro, egingo bagenizkio kanpotik:

1) Tentetik berdin okertzen diran zear-lerroak, berdiñak dituzu.

2) Eta bi zear-lerroetatik, tentetik geyenik urrutiratzen dana, ori da aundiena.

1) Bitez PO-lerroa (AF-ren tentea), PB/PC zear-lerroak, eta OB/OC luzera berekoak (13 garren irudia).



Irudia OP-tik tolestuaz, AOP-alderdia POF-ren gañera dator (zoko berdiñak diralako); bañan, OB OC-ren neurriko bcrit-da, B-puntua C-puntura dator,

eta PB/PC lerro berdiñak dituzu (bi muturrez alkar-jotzen dutelako).

2) Bitez PC/PE zear-lerroak, eta bedi $OE > OC$.

Jaso ezazu C-puntutik CG-lerroa, AF-ren tentea;

eta $PG \neq CG > PC$ dezu (12).

Bañan GE GC-baño aundiago bait-da (42), $PG + GE > PC$ dezu (PG eta GE biak-bat, PC-baño aundiago), eta PE PC-baño aundiago ere.

Zear-lerroak PB/PE balira, eta $OE > OB$ balitz,

PC-lerroa jasorik (OC/OB tarte berdiñak dirala)

PE PC-baño aundiago zenduke;

bañan PB PC-ren neurriko danez, PE PB-baño aundiago dezu.

46. ONDOREA.—Kanpoko puntu batetik lerro-zuzenera, bi lerro-zuzen berdin bota ditezke, baita nai-ainbot binaka berdine ere; bañon ez alkar-berdin bi baño geiago.

Izan ere, lerro-tentetik berdiru urrutiratzen diran lerroak, bi bakarrik izan ditezke, bata aren alde batera, eta bestea bestera.

47. ALDERANTZIAN.—Kanpoko puntu batetik lerro-zuzenera, lerro-tentea eta zenbait zear-lerro botatzen badituzu:

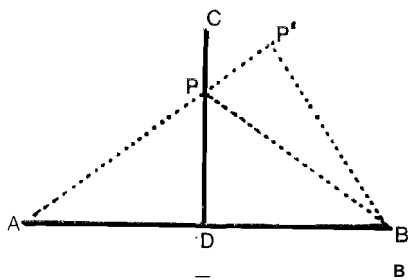
- 1) Zear-lerro berdiñak, berdiru urrutiratzen dira tentetik.
- 2) Bi zear-lerroetan aundiena, geien okertzen da (10).

48. AZALKIZUNA. 1) Lerro-zuzenaren erdian bere tentea zutitzen badezu, onen puntu guztiak mutur-ertzen biderdian daude.

2) Eta tentiaz kanpoko puntua, ez dago biderdian.

- 1) Bedi P-puntua CD-lerroan.

CD AB-ren tentea dezu, eta erdiko D-puntuan jaso (14 garren irudia).



(14 gn. irudia)

DA/DB berdiñak diran ezkerre,

PA/PB ere lerro-oker berdiñak dituzu (45, 1).

Orregatik P-puntua A/B puntuen biderdian dago.

- 2) Bedi P'-puntua lerro-tentiaz kanpoko.

P'-puntua A/B puntuekin lotu, eta PB-lerroa egiñik, desberdintasun au agertzen zaigu: $P'P + PB > P'B$ dirala. (P'P eta PB biak-bat, P'B baño aundiago dirala).

Bañan arestian esan bait-degu PB/PA berdiñak dirala; beraz $P'P + PA > P'B$ dituzu ($P'P$ eta PA biak-bat, $P'B$ -baño aundiago) eta $P'A > P'B$ ($P'A$ $P'B$ -baño aundiago). Orregatik, P' -puntua ez dago A/B mutur-ertzeen biderdian.

49. ALDERATZIAN.— 1) Lerro-zusenaren bi muturren erdian dagoan puntua, aren biderdian altxatako tentean arkiteen da.

2) Eta biderdian ez badorga, ez da aren teniean arkitzen.

50. ONDOREAK,— 1) Lerro-zuzenaren bi muturren foiderdiko puntuek, aren erdian jasotako tentea duté ieometeri-Ieku (37).

2) Lerro-zusen botek, bestearen mutur-eriseen biderdian bi puntu baldin badauzka, onen srdi-erdia ikuizen du, eta onen teniea desu (50, 1-14, 3/4).

BOSGARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Oñarria=portulado. Gero azalduko diran egien eusgarria.

Epai-lerroa=línea que corta. Epaitu ebaki bait-da.

Zear-zoko=ángulo alterno. Epai-lerroaren alde banetara dauden zokoak.

Pare-zoko=ángulo correspondiente. Bata bestearen pareari dauden zokoak.

Barren-zoko=ángulo interno. Lerro-bizkien barruan dagona.

Kanpo-zoko=ángulo externo. Lerro-bizkiez kanpoan dagona.

Azalpena=demostración.

LERRO-BIZKIAK

51. Zabalgune berecin dauden lerro-zuzenak (ncuz luzatu, alkar-jotzerik ez badute) lerro bizki dituzu (15).

52. AZALKIZUNA.—Bi lerro-zuzen (bestearen tente baldin badira) bizki dituzu.

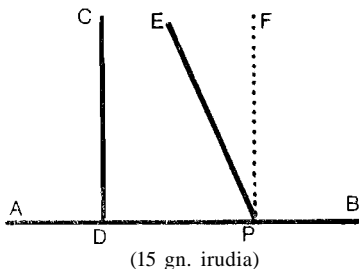
Ez bait-dute alkar-jotzerik;

bestela puntu batetik lerro batera bi tente etorriko lirake,

eta ori ezin ditekenez gauza da (14).

53. EUNKLIDES'EN OÑARRIA.—Bi lerro-zuzen (bata irugarrenaren tentea, eta bestea zearra) ez dira bizki; eta zear-lerroa nora-aldera estutzen dan, alde-artara alkar-joko dute.

Ondoreak.— 1) Konpoko puntu batetik, lerro-zuzenaren, bizki bakarra egin genezake.



Bitez P-puntua eta CD-lerroa (15 garren irudia).

P-puntutik egizu AB-lerroa, CD-ren tentea;

egizu baíta PF-lerroa ere, AB-ren tentea.

CD/PF lerroak, AB-ren tenteak dituzu (16),

eta beraz, biak alkar-bizki (52).

P-puntutik lijoaken beste edozein lerro, AN-ren zear-lerro zenduke (41);

eta ez litzake CD-ren bizki izango (53).

2) **Lerro-zuzenaren tentea. aren bizkiaren tente dezu.**

Bestela, bat tentea eta bestea zearra lirake (16);

eta ez (diranez) alkar-bizki izango.

3) **Bi bizkien tenteak, alkar-bizki dituzu.**

Aurreko ondorean esan degunez,

lerro-tente oyetako bakoitza, bi bizkien tente dezu;

orregatik alkar-bizkiak dituzu.

4) **Ez-bizkien tenteak, ezin alkar-bizki izan.**

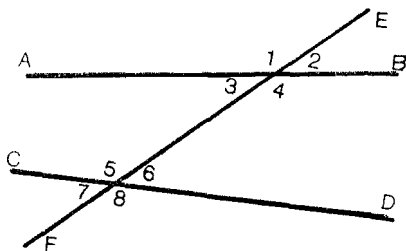
Bizki balira, bizkien tente izango bai-lirake, aurreko ondorean ikusi degunez.

5) **Bi lerro-zuzen (Lugarrenaren bizki baldin badira) alkar-bizki dituzu.**

Ez balira bizki, alkar-joko luteken puntutik,

bi lerro bizki aterako lirake irugarren lerro batera;

eta ori ezin diteken gauza da, lenengo ondorean ikusi degunez.



54. Bi lerro-zuzenek AB/CD (16 garren irudia) beste lerro zuzen batek ebakitzen ditunean, zortzi zoko eratzen dituzte (lau kanpoko $1/2/7/8$, eta lau barruko $3/4/5/6$).

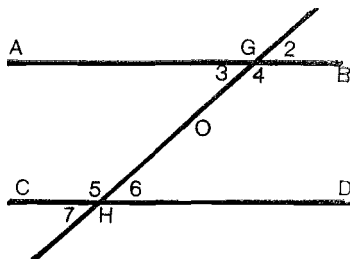
Zear-zoko dituzu, bi lerroen barruan izanik, epai-lurroaren alde banetan daudenak. (Adibidez $3/6$ eta $4/5$).

Pare-zoko dituzu, bata bi lerroen barruan eta bestea kanpoan izanik, epai-lurroaren alde berean, eta lerro banetan, daudenak. (Adibidez $2/6$, $4/8$, $1/5$, $3/7$).

55. AZALKIZUNA. 1) **Bizkiak** dituzu **bi lerro-zuzen, oyek eta beren epai-lerroak zear-zoko berdiñak, pare-zoko berdiñak, eta (epai-lurroaren alde botera) barren-zoko alkar betegarriak egiten badituzte.**

2) **Eta ez dira bizkiak, zear-zoko ez-berdiñak, pare-zoko ez-berdiñak, eta (epai-lurroaren alde batera) barren zoko alkar ez-betegarriak egiten badituzte.**

Lenengo zotiaren azolpena: **ZEAR-ZOKO BERDIÑAK.**



(17 gn. irudia)

Bitez AGF/EHD, edo $3/6$, zoko berdiñak (17 garren irudian).

$3/6$ zoko berdiñak izanik, $4/5$ ere zoko berdiñak dituzu, ayen betegarri bait-dira.

Egizu O-puntua GH-lerroaren erdian,

eta BGHD (eskubiko alderdia) O-puntuan biratuaz,

G-puntua H-raño etorriko da, HD-lerroa GA-lerrora ($3/6$ zoko berdiñak diralako);

eta GB-lerroa HC-raño dator ($4/5$ zoko berdiñak diralako).

Ortaz, GA/HC lerroak (bata bestearen gañera) baldin badatoz, baita GB/HD lerroak ere; eta orregatik, AB/CD lerro-bizkiak dituzu.

PAfE-ZOKO BERDIÑAK

2/6 zoko berdiñak izanik, 3/6 ere zoko berdiñak dituzu, 2/3 berdiñak diralako (53).

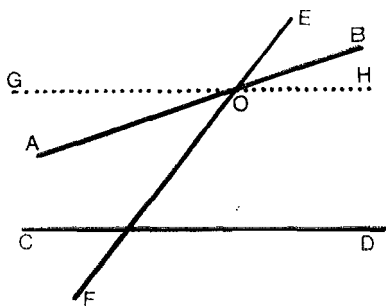
Orregatik, AB/CD lerro-bizkiak dituzu.

EPAI-LERROAREN ALDE BATERA, BARREN-ZOKO AL KAR-BETEGARRIAK.

4/6 zoko tenteak izanik, 3/4 ere zoko-tente dituzu;

3/6 ere zear-zoko berdiñak dira, betegarri bera (4) dutelako.

Orregatik AB/CD lerro-bizkiak dituzu.



Bigarren zatiaren azalpena.

Ondo begira 18 garren irudiari.

AB/CD lerro-zuzenek, eta oyen epai-lerroak EF, zear-zoko desberdiñak, pare-zoko desberdiñak, eta (epai-lerroaren alde batera) barren-zoko alkar ez-betegarriak egiten badituzte,

egizu O-puntuan GH-lerroa, zear eta pare-zoko berdiñak, eta barren-zoko alkar-betegarriak izan ditezen eran.

Orduan GH/CD lerro-bizkiak lirake (ikus lenengo zatiaren ezalpena).

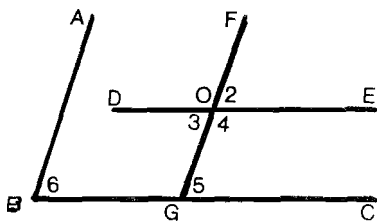
Orregatik AB/CD lerroakez dira lerro-bizki (53, 1).

56. ALDE ERANTZIAN.—1) Bi lerro-bizkiek eta beren epai-lerroak, zear-zoko berdiñak, pare-zoko berdiñak, eta (epai-lerroaren alde batera) barren-zoko alkar-betegarriak egiten dituzte.

2) Bi lerro ez-bizkiek eta beren epai-lerroak, zear-zoko desberdiñak, pare-zoko desberdiñak, eta (epai-lerroaren alde batera) barren-zoko alkar ez-betegarriak egiten dituzte (10).

57. AZALKIZUNA.— 1) Bi zoko, mugalde alkar-bizkiak (eta era berean, edo kontrako eran jorriak) baldin badituzte, berdiñak dira.

2) Bi zoko, mugalde alkar-bizkiak (eta bi era berean, eta beste bi kontrako eron jarriak) baldin badituzte, alkar-betegarri dira.



1) Bitez $2/6$ zokoak.

Mugalde bizkiak dituzte, eta alde batera egiñak (19 garren írudia).

$2/5$ zoko berdiñak dira, pare-zoko diralako;

BC/DE lerro bizkiak díra, izan ere, eta FG-lerroak ebakitzen ditu.

$5/6$ ere zoko berdiñak dira, pare-zoko diralako;

AB/FG lerro bizkiak dira, izan ere, eta BG-lerroak ebakitzen ditu.

Orregatik $2/6$ zoko berdiñak dira.

Bitez orain $3/6$ zokoak.

Mugalde bizkiak dituzte, eta alde banetara egiñak.

$2/3$ zoko berdiñak dira, alkar-gurutatuak diralako;

$2/6$ zoko berdiñak dira, arestian adierazi degunez.

Orregatik $3/6$ zoko berdiñak dira.

2) Bitez 4/6 zokoak.

OE/BC bi mugalde alde batera egiñak dituzte,
eta OG/BA beste biak beste aldera egiñak.

4/2 zoko alkar-betegarri dítuzu (29);

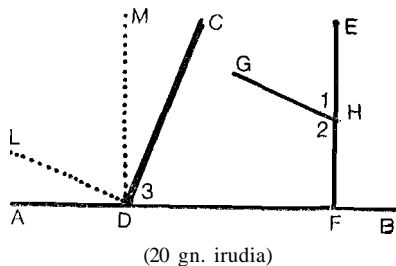
2/6 zoko berdiñak dira, arestian adierazi degunez;
orregatik 4/6 zoko alkar-betegarri dira.

58. AZALKIZUNA.—**Beren mugaldeak alkartente dauzkaten bi zokoak:**

1) **Biak zoko estu baldúi badira, edo biak zoko iriki, alkar-berdiñak dituzu.**

2) **Bata estua eta bestea irikia baldin badira, alkar-betegarri dituzu.**

Bitez AB/CD eta EF/GH lerroek eratutako zokoak. (20 garren irudia).



EF AB-ren tente dezu, eta GH CD-ren tente.

Egin itzazu DM/DL lerroak, EF/GH lerroen bizkiak;

AB (EF-ren tentea) DM-ren tentea dezu,

eta CD (GH-ren tentea) DL-ren tentea (53, 2 ondore).

Ortaz LDC/MDB zoko-tenteak dituzu;

eta LDM 3-ren neurrikoa, oiek osagarri bera (MDC) dutelako.

Beste aldetik, LDM eta 1-zokoa berdiñak dituzu (57, 1).

Orregatik:

1) 1/3 zoko estuak (LDM-ren neurrikoak) berdiñak dituzu;

baita ADC eta 2 zokoak ere, ayen betegarri diralako.

2) $1/3$ zoko berdiñak diran ezkerro,
ADC-zokoa (3-ren betegarri) 1-ren betegarri dezu;
eta $ADC/2$ zoko berdiñak diran ezkerro,
3-zokoa (ADC-ren betegarri) 2-ren betegarri dezu.

59. ONDOREA,— (57/58 zenbakien laburketa).

Bi zokoan mugaldeak alkar-tente boldin badira, zoko berdiñak dituzu;

mugalde bizkákak boldin badira, zoko alkar-beiegarri dituzu.

Berdiñak dituzu, mota bereko diranak (biek estuak, biak irikiak);
eta alkar-betegarri, mota ez-berdiñekoak (bata estua, bestea irikia).

SEIGARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Irukia=triángulo. Ikusi 60 garren zenbakia.

Laukia=cuadrilátero.

Seikia=exágono.

Amarkia=decágono.

Amabikia=dodecágono.

Amaboskia=pentadecágono.

Eunkia=polígono de cien lados.

Millakia=polígono de mil lados.

Txatala=parte, apartado.

Irukide=equilátero. Iru mugalde berdiñak dituana.

Bikide=isósceles. Bi mugalde berdiñak dituana.

Ezkide=escaleno. Mugalde berdiñik gabea.

Zoko-tenteduna=rectángulo.

Zoko-irikiduna = obtusángulo.

Zoko-estuduna=acutcmgulo.

Oñazpi=base. Irukiaren oñazpiak íru ízan ditezke. Las bases de triángulo pueden ser tres.

Goibe=altura. Goitik beerako tartea.

Zear-lerro=hipotenusa. Zearka datorren lerro-zuzena.

Lerro-zuta=cateio. Zutik dagon, tente dagon lerro-zuzena.

IRUKIAK

60. IRUKIA iru kantoiz, iru zokoz, iru mugaldez egindako irudla dezu, edo obeto esanik, iru mugalde ditun zokodia.

a) Sasiz egindakoa saski dezu; odolez egiña, odolki; oialez egiña, oyalki... Orregatik iru-iru-iruz egiña, **iruki** bear.

b) Iru mugaldeko zokodia, iruki dezu; laukoa, lauki; bostekoa, boski; seikoa, seiki; zazpikoa, zazpiki; zortzikoa, zortziki; bederatzikoa, bederatziki; amarrekkoa, amarki...

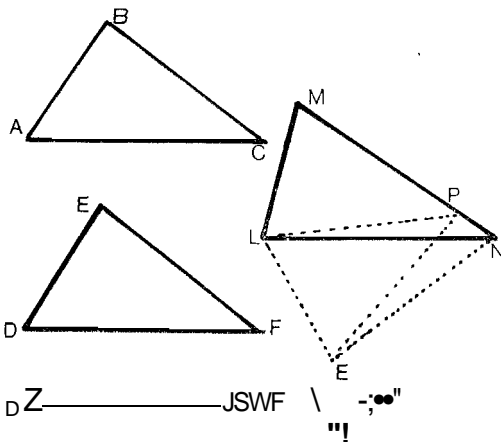
61. AZALKIZUNA.—Irukiaren mugalde bat, beste biak-bot baño gutxiago dezu, eta bien arteko gorabera edo aldea baño aundiago.

Bedi AC lerroa (21 garren irudia).

AC lerro-zuzena izanik, eta $AB + BC$ lerro-zatitua, $AC > AB + BC$ dezu (12).

Eraberean $AB < AC + BC$ izanik, $AC + BC > AB$ dezu; eta desberdintasun oni alde bakoitzean BC kenduaz,

au agiri da: $AC > AB - BC$ (AC aundiago dala, AB-ri BC kenduta bcrño).



(21 qn. irudia)

62. AZALKIZUNA.—Irukiaren iru zokoek, bi zoko-tente balio.

Bedi DEF irukia (21 garren irudía).

Egizu FG-lerroa, DE-lerroaren bizkia;

eta bi lerro oyek (DE/FG) DFH lerroarekin eratzen dituzten zokoei begiraturaz, garbi agiri da $D + DFG = 2T$ dala; eta baita $D + DFE + EFG = 2T$. (A)

Bañan DE/FG lerroek (EF lerroak ebakitzen ditula)

EFG eta E zokoak eratzen dituzte (zear-zoko diranez, berdíñak) $EFG = E$.

Orain (A) zatian EFG-ren ordeaz E jarriaz, $D + DFE + E = 2T$.

63. ONDOREAK.—1) Iruki-barrengo zoko bakoitza, barrengo beste bi zokoek betegarri dezu. Orregatik bi irukiak (bina zoko berdín baldín badituzte) irugarren zokoa ere berdín dute.

2) Irukiz kmpoko edozein zoko bcr (irukiaren mugolde bcrtez, eta beste mugaldearen luzapenez egiña) zoko-urkoa ez dircm beste bi barrengo zokoak ainbcr dezu.

Bedi EFH zokoa (21 garren irudia).

Zoko onek, EFD zoko-urkoa du betegarri (29); bañan EFD zokoa, D + E zokoan betegarri dan ezkeru (lenengo ondore) $EFH = D + E$, betegarri bera dutelako.

64. AZALKIZUNA.—**Bi irukiek, bina mugalde berdin izan ezkeru: I) Beren arteko zokoak alkar-berdiñak baldin badira, berdiña dute irugarren mugaldea ere.**

II) Zoko ori aundiena dunak, irugarren mugaldec aundiena dizu.

I) Bitez (ABC eta DEF zokoetan) $AB = DE$, $AC = DF$, eta zokoak $A = D$. ABC DEF-ren gañean jarriaz (AC-ek DF jotzen dula)

AB eta DE bat izango, bai egoeran, bai aundieran, A/D zoko berdiñak diralako.

Orregatik, BC/EF berdiñak dituzu, bien muturrak batera datozelako.

II) Bitez (ABC/LMN zokoetan) $AB = LM$ eta $AC = LN$; bañan $MLN > A$. AC LN-ren gañean jarriaz (ABC-ek LNB' jotzen dula)

$MLN > NLB'$, eta MLB' -ren erdibitzallea LP dezu.

Lotu ezazu P B'-kin, eta MLP LP-tik tolestuaz, LM eta LB'batera etorriko, $MLP = PLB'$ dalako (34) eta $LM = AB = LB'$.

Orregatik MP eta PB' (alkar-jotzen dutenak) berdiñak dituzu.

Beste aldetik, B' P + PN > B' N; orobat MP + PN > B' N; orobot ere $MN > B' N$;

bañan $B'N = BC$ diranezkeru, $MN ; \bullet ; BC$.

65. ALDERANTZIAN.—**Bi irukiek, bina mugalde berdin izan ezkeru:**

I) Irugarren mugaldea berdin baldin badute, bina mugaldeen zokoa berdin dizute.

II) Irugarren mugaldea luzeago dunak, zoko ura aundiagoa dizu. (10)

66. AZALKIZUNA—**Berdiñak dituzu bi iruki, berdiñak baldin badituzte:**

I) Mugalde bat, eta onen ondoko bi zokoak.

II) Mugalde bat, onen ondoko zokoa, eta onen bestaldekoa.

III) Bi mugalde, eta beren arteko zokoa.

IV) Iru mugaldeok.

I) Bitez ABC eta A'B'C' irukiak (22 garren irudia).

Bitez $AC = A'C'$, $A = A'$ eta $C = C'$.

ABC eta A'B'C' bata bestearen gañean ipiñita, AC-lerroa A'C'-ren gañean dala,

AB-lerroa A'B'-ren gañera etorriko, eta BC-lerroa B'C'-ren gañera, $A = A'$ eta $C = C'$ diralako.

B-zokoa B-ren gañera lelorke (14,6).

Orregatik, ABC/A'B'C' irukiek bat-egiten dute, eta berdiñak dituzu.

II) $AC = A'C'$, $A = A'$, eta $B = B'$ baldin badira, $C = C'$ izango (63, 1) eta aurreko txatalecm gaude.

III) $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ eta $A = A'$ baldin badira,

A-zokoa A-ren gañean jarriaz, B-zokoa B'-ren gañera dator, eta C-zokoa C'-ren gañera (berdiñak egin ditugulako).

Beraz, bi irukiak bata bestearen gañean gelditzen dira erabat, eta berdiñak dituzu.

IV) $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ eta $AC = A'C'$ baldin badira,

A-zokoa eta B-zokoa alkar-berdiñak dituzu (65,1).

Orregatik (3 garren txatalean ikusi degunez) iruki berdiñak dituzu.

67. Irukia bere mugaldeen aldetik, izan diteke:

Irukide, iru mugaldeak berdiñak baldin baditu (eguilátero);

Bikide, bi mugalde berdiñak baldin baditu (isósceles);

Ezkide, iru mugaldeak desberdiñak baldin baditu (escaleno).

Zokoen aldetik:

Zoko-tenteduna, zoko bat tentea duna; (rectángulo)

Zoko-irikiduna, zoko bat irikia duna; (obtusángulo)

Zoko-estuduna, iru zokoak estuak dituna.

Irukiaren **oñazpi**, edozein mugalde izan diteke;

irukiaren **goi-kantoi**, oñazpiaren bestaldeko zokoaren kantoia;

irukiaren **goibe**, goi-kantotik oñazpira egindako lerro-zuzena.

Zoko-tentedun irukian:

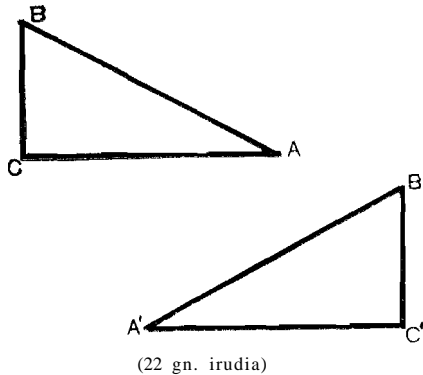
Zear-lerro, zoko-tenteaien bestaldeko mugaldea dezu.

Leiro-zuta, zoko-tentearen mugalde bakoitza.

OARKIZUNAK

- 1) Bikide-irukiaren oñazpia, bere mugalde desberdiña izari oi da.
- 2) Zoko-tentedunaren lerro-zut bat baldin bada **oñazpi**, beste lerro-zuta **goibe** da.
- 3) Bi iruki berdiñak izateko, mugalde bat eta bi zoko, edo mugalde bi *eta* zoko bat, berdiñak euki bear dituzte.

Bi iruki zoko-tentedunak, berdiñak izateko, zoko-tenteaz gañera, mugalde bat eta beste zoko bat, edo bi mugalde, berdiñak euki bear dituzte.



68. AZALKIZUNA.—**Bi iruki zoko-tentedunak, zear-lerro berdiñak izanik, lerro-zut bana berdín baldin badituzte, berdiñak dituzu.**

Bitez $ABC/A'B'C'$ irukiak (22 garren irudia). Biak zoko-tentedunak. Bitez C/C' zoko tenteak; $AB/A'B'$ eta $BC/B'C'$ lerro berdiñak.

C-zokoa C'-ren gañean jarriaz, B-zokoa B'-ren gañera dator, $BC/B'C'$ berdiñak diralako.

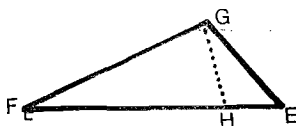
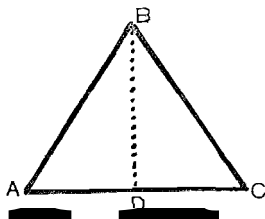
A-zokoa ere A'-ren gañera dator (47). Bi irukiek bat-egiten dute. Berdiñak dira.

69. OARKIZUNAK

1) Bi iruki alkar-berdiñak diranean, zoko berdiñen aurrean mugalde berdiñak dituzte. Eta ori bera alderantzian.

2) Iruldaren mugalde berdiñen ourrean, zoko berdiñak dituzu; eta, mugaldea aundiago-txikiago izan, zokoa ere aundiago-txikiago dezu. Eta ori bera alderantzian.

70. AZALKIZUNA.—Iruki batean: I) Mugalde berdiñen aurrean, zoko berdiñak diuztu; II) Mugaldea zenbat eta aundiago izan, bere aurreko zokoa ere aundiagoa da.



(23 gn. irudia)

I) Bitez AB/BC alkar berdiñak (23 garren irudia).

C -zokoa eta A -zokoa berdiñak dirala diogu.

Izan ere, BD lerroa (AC -ren tentea) egiñaz,

ADB/CDB iruki zoko-tentedunak dira. BD -lerroa biena dezu, eta AB/BC berdiñak dira (68).

Orregatik A/C zokoak ere (BD -ren aurreko zokoak) berdiñak dira (69).

II) Bedi FE -lerroa FG -berriño aundiagoa ($FE > FG$).

G -zokoa E -zokoa baño aundiago dala diogu ($G > E$).

Izan ere, FH lerro-zatia (FG -ren neurrikoa) artuaz, eta HG -lerroa egiñaz, FGH -zokoa eta FHG -zokoa berdiñak dira, crurreko txatalean ikusi degunez;

bañan $FGH = EGH + E$ (63,2) dan ezker, $FGH > E$ dezu. Orregatik $FGH \wedge > E$, eta askoz areago $FGE \sim > E$. Adierazi nai genduana.

71. ALDERANTZIAN,—Iruki botean: I) Zoko berdiñen auirean, mugalde berdiñak dira.

II) Zokoa zenbat eta aundiagoa isan, mugalde aundiagoa du urrean (10).

72. OARKIZUNAK

I) Iruki bikídean, goi-kantoitik oñazpira egíndako lerro-tenteak:

- a) Goi-kantoia ikutzen du,
- b) Oñazpiaren tentea dezu.
- c) Oñazpia erdibitzen du (47, 1).
- d) Baita oñazpiaren aurreko zokoa ere (66,4 eta 69,1)

II) Irukiaren mugalde-erdietan lerro-tenteak egin ezker, irurak puntu batera datoz; baita zokoen iru erdibitzalleak ere.

AB eta AC mugaldeen lerro-tenteak, A/B/C kantoien biderdian alkar-joko dute (50);

bañan BC-mugaldearen tentea B/C kantoien bídertítik pasako da; eta orregatik, iru lerro-tenteak puntu batean alkartuko.

Era berean, A/B zokoen erdibitzalleak, iru mugaldeen biderdian alkartzen dira (38); bañan C-zokoaren erdibitzallea, AC/BC mugaldeen biderdian pasatzen bait-da, iru lerro zoko-erdibitzalleak puntu berean alkartzen dira.

ZAZPIGARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Lauki bizkigabea=cuadrilátero trapezoide. Mugalde bizkirik ez duan laukia.
 Lauki bizkiduna=cuadrilátero trapecio. Bi mugalde bizki dituan laukia.
 Lauki parebiduna=cuadrilátero paralelogramo. Bi lerro-pare bizki dituan laukia.

Koner-lerroa=línea diagonal.

Parebidun-tentea=paralelogramo rectángulo. Zoko tentea daukan parebiduna.

Parebidun-okerra=paralelogramo romboide. Ikusi 77 garren zenbakia.

Parebidun trinkoa=paralelogramo cuadrado. Ikusi 77 garren zenbakia.

Parebidun trinkokerra=paralelogramo rombo. Ikusi 77 garren zenbakia.

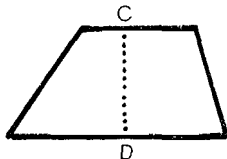
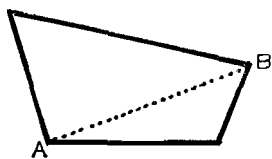
LAUKIAK

73. Laukia, lau mugalde ditun zokodia dezu. Izan diteke bizkigabea, bizkiduna eta parebiduna.

Bizkigabea, mugalde bizkirik ez duan laukia dezu (24 garren irudia).

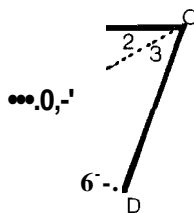
Bizkiduna, bi mugalde bizki ditun laukia (25 garren irudia).

Parebiduna, bi mugalde-pare bizki ditun laukia (lau mugaldeak bizki dituna) (26 garren irudia).



(24, 26 eta 26 gn. irudiak)

f^1



Koner-lerroa, bi kantoi ez-aldeko ikutzen ditun lerroa da. (AB, 24 gn irudia).

Edozein koner-lerroak, laukia bi iruki biurtzen du; eta iruki bakoitzaren zokoek bí zoko-tente balío bait-dituzte, **laukiaren lau zokoek, lau zoko-tente balio**.

Lauki-bizkidunaren **oñazpi**, bere bi mugalde bizkiak dituzu; eta **goibe**, oñazpi batetik besterako lerro-tentea (oñazpien arteko tartea) (25 garren irudiko CD-lerroa).

Lauki-biparedunaren **oñazpi**, bere edozein mugalde dezu; eta **goibe**, oñazpitik aurreko mugaldera egindako lerro-tentea (aurrez-aurreko mugaldeen tartea).

74. AZALKIZUNA.—**Edozein lauki-biparedunean:**

1) Aurrez-aurreko mugaldeak, berdiñak dituzu.

2) Baita aurrez-aurreko zokoak ere.

3) Koner-lerroak biderdian alkartzen dira.

1) AC koner-lerroa egiñik, ABC/ACD irukiek AC-lerroa biena dute; 2/5 zoko berdiñak dira, BC/AD lerro-bizkien arteko zear-zoko diralako.

Era berectn, 3/4 zoko berdiñak dira, AB/CD lerro-bizkien arteko zear-zoko diralako.

Ortaz, bi iruki oye berdiñak diran ezker (66, 1),

AB/CD ere berdiñak dira, 2/5 zoko berdiñen aurreko mugalde diralako;

AD/BC ere berdiñak dituzu, 3/4 zokoan aurreko mugalde diralako (69).

2) BAD/BCD berdiñak dituzu, baita ABC/ADC ere, mugalde bizkiak eta alde banetara edatuak dituztelako (57/59).

3) AC/BD koner-lerroak egiñik, AO-OC eta BO/OD alkar-berdiñak dira.

Izan ere, BOC/AOD irukiek BC/AD berdiñak dituzte (l'go txatala);

1/6 zoko berdiñak dira, BC/AD bizkien arteko zear-zoko diralako. 2/5 ere zoko berdiñak dituzu, BC/AD bizkien arteko zoko-zear diralako.

Ortaz, bi iruki berdiñak dira, eta, berdiñak diralako,

OC/AO berdiñak dituzu (1/6 zoko berdiñen aurre-mugalde diralako);

baita BO/OD ere, (2/5 zoko berdiñen aurre-mugalde diralako).

75. ONDOREAK.

I) Lerro-bizkien arteko bizkiak, berdiñak dituzu.

Parebidunaren aurrez-aurreko mugalde diralako.

II) Lerro-zuzenaren puntuak, beren bizkirako tarte bera daukote.

Beren arteko lerro-tenteak berdiñak diralako.

III) Edozein parebidunak, bi iruki berdiñak ditu borruon, oñazpi-goibe berekoak.

ABC/ACD iruki berdiñak dira (74, 1);

eta BC/AD lerroak, irukien oñazpitzat jartzen baditugu,

oetxek dituzu parebidunaren oñazpi;

A-tik BD-arteko bitartea (goibeaa) eta C-tik AD-artekoa berdiñak dituzu,

parebidunaren goíbeaa, ain zuzen ere.

IV) Bi parebidun (bi mugalde berdiñak, éta beren arteko zokoa berdiña baldin badituzte) berdiñak dituzu.

Zoko-mugalde berdiñak bait-dituzte (74);

eta alkarren gañean jarrita, gauza bera egingo luteke.

76. ALDERANTZIAN,—Lauki bot parebidun dezu:

1) Aurrez-aurreko mugalde berdiñak baldin baditu.

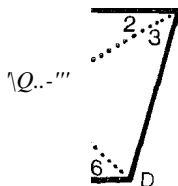
2) Aurrez-aurreko bi mugalde, berdin eta bizki baldin baditu.

3) Aurrez-aurreko zoko berdiñak baldin baditu.

4) Bere koner-lerroak alkar-erdibitzen badira.

1) AB/CD eta BC/AD alkar-berdiñak baldin badira, ABCD-zokodia

Parebidun dala diogu.



(27 gn. irudia)

AC koner-lerroa egiñaz, ABC/ACD irukien mugalde gelditzen da; eta AB/CD batetik, eta BC/AD bestetik alkar-berdiñak dira (66, 4). Ortaz, 2/5 zoko berdiñak dira (AB/CD mugalde berdiñen aurrezkoak);

eta, BC/AD lerroen arteko zear-zoko diranez, CD/AB lerro bizkiak dituzu.

Orregatik, ABCD-zokodia **Parebidun** dezu, lau mugalde bizkiak ditulako.

2) BC/AD berdiñak eta bizkiak baldin badira, ABCD-zokodia **Parebidun** dala diogu.

Izan ere, ABC/ACD irukiek AC-lerroa biena dute, eta BC/AD berdiñak dira.

Gañera, 2/5 zoko berdiñak dira, BC/AD lerroen arteko zear-zoko diralako.

Ortaz, iruki berdiñak dituzu (66, 3), 3/4 zoko berdiñak, eta CD/AB lerro bizkiak.

Orregatik, ABCD-zokodia **Parebidun** dezu.

3) A/C eta B/D zoko alkar-berdiñak baldin badira, ABCD-zokodia **Parebidun** dala diogu.

ABC/ACD irukietako zokoek, bina zoko-tente balio dituzte; eta ortaz $A + B + C + D = 4$ zoko-tente dira.

Baňan A/C eta B/D zoko berdiñak egin ditugun ezker,

$2A + 2B = 4$ zoko-tente dituzu. Berdintza ontatik au agiri da:

$A + B =$ zoko-tente dirala, eta BC/AD lerro bizkiak dirala (55);

orobat $A + D = 2$ zoko-tente dirala, eta AB/CD lerro bizkiak dirala (55).

Orregatik ABCD-laukia **Parebidun** dezu.

4) OA/OC eta OB/OD alkar-berdiñak baldin badira, ABCD-laukia **Porebidun** dala diogu.

BOC/AOD iruki berdiñak dituzu, OA/OC eta OB/OD alkar-berdiñak diralako;

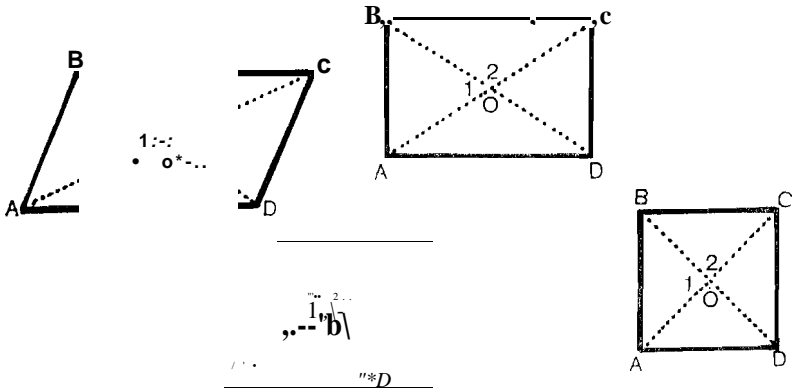
BOC/AOD ere zoko berdiñak dira, alkar-gurutatzatuak diralako.

Ortaz $1/6$ zoko berdiñak dira, OC/OA lerro berdiñen aurre-zoko diralako,

BC/AD berriz, lerro bizkiak.

Onelaxe agertu diteke baita ere, AOB/COD iruki berdiñak dirala, $3/4$ zoko berdiñak, eta CD/AB mugalde bizkiak. Orregatik ABCD laukia, **Parebidun** dezu.

77. Parebiduna izan díteke: tentea, okerra, trinkoa eta trinkokerra. **Parebidun-tentea** dezu, mugaldeak bínaka berdiñak, eta lau zokoak tente dituna. (30 garren irudia) (Erderaz = **Paralelogramo rectóngulo**).



(28, 29, 30 eta 31 gn. irudiak)

Parebidun-okerra, mugaldeak eta zokoak binaka berdiñak dituna (28 garren irudia).

(Erderaz = **Paralelogramo romboide**).

Parebidun-trinkoa, mugaldeak eta zokoak berdiñak dituna (31 garren irudia) (Erderaz = **Paralelogramo cuadrado**).

Parebidun-trinkokerra, mugalde guztiak berdiñak, eta zokoak bina-ka berdiñak dituna.

29 garren irudia) (Erderaz = **Paralelogramo rombo**).

AZALKIZUNA.

I) Parebidun-okerraren koner-lerroak, desberdiñak eta okerrak (ez-tenteak) dituzu.

II) Parebidun-trinkokerraren koner-lerroak, desberdiñak eta alkar-tenteak dituzu.

III) Parebidun-tentearen koner-lerroak, berdiñak eta okerrak (ez-tenteak) dituzu.

IV) Parebidun-trinkoaren koner-lerroak, berdiña eta alkar-tenteak dituzu.

I) Desberdintasuna (28 garren irudia).

ABD/ACD irukiek AD-lerroa biena dute, eta AB/CD berdiñak dira; bañan A/D alkar-desberdiñak diralako, BD/AC ere desberdiñak dituzu (64, 2).

Okertasuna. AOB/BOC irukiek OB-lerroa biena dute, eta OA/OC berdiñak dira; bañan AB/BC desberdiñak diralako, 1/2 ere zoko desberdiñak dira (65);

II) Desberdintasuna (29 garren irudia) Aurreko txatala ikusi.

Tentetasuna. AOB/BOC irukiek OB-lerroa biena dute, eta OA/OC berdiñak dira;

bañan AB/BC ere berdiñak diralako, 1/2 zoko berdiñak dituzu (65); orregatik AC/BD alkar-okera (ez-tente) dituzu.

III) Berdintasuna (30 garren irudia).

ABD/ACD irukiek AD-lerroa biena dute, eta AB/CD lerro berdiñak dira, baita A/D zokoak ere. Orregatik BD/AC alkar-berdiñak dira.

Okertasuna. aurreneko txatala ikusi.

IV) Berdintasuna Olgarren irudia). Irugarren txatala ikusi.

Tentetasuna. Bigarren txatala ikusi.

ZORTZIGARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Ingurumena=perímetro.

Zokodi ganbilla=polígono convexo. Ikusi 79 garren zenbakia.

Zokodi lxokona=polígono cóncavo. Ikusi 79 garren zenbakia.

Mugakide=equilótero. Mugalde berdiñak dituana.

Zokokide=equiángulo. Zoko berdiñak dituana.

Neur-baleko=regular.. Neurri bakarraz egiña.

ZOKODIAK

78. Esan genduanez (21) **zokodia**, lerro-zuzenez itxitako zabalgunea dezu; eta bere barruan zokoak ditulako, izen ori artzen du.

Zokodiaren **mugalde**, esitzen duten lerro-zuzenak dituzu.

Zokodiaren **zoko**, mugalde biek egiten duten baztarra.

Zokodiaren **kantoi**, zokoan mutur-ertzak. Zenbat mugalde, ainbat zoko ta kantoi dira.

Zokodiaren **ingurumena**, mugalde guzien luzera dezu; mugalde-taldea.

Zokodiaren **konar-lerro**, bi kantoi ez-aldeko ikutzen ditun lerroa.

79. Zokodia izan diteke GANBIL eta TXOKON.

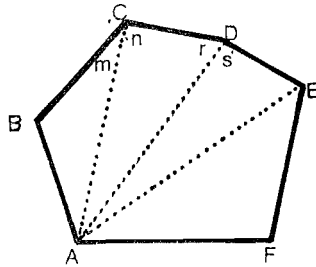
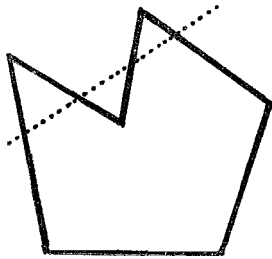
Kokodi **ganbillak**, kantoi guztiak kanpo-aldera dauzka, eta lerro-zuzen batek bi tokitan bakarrik ebakiko luke (bi epai-toki egingo lizkioke).

Ikusi ABCDEF (33 garren irudia).

Zokodi **txokonak**, kantoi bat beñepein barren-aldera dauka, eta lerro-zuzen batek, bi baño geiago tokitan ebakiko luke (bi baño epai-toki geiago egingo lizkioke).

Ikusi ezazu 32 garren irudia.

Líburu ontan zokodi **ganbillei** buruz bakarrik ari gera.



(32 eta 33 gn. irudiak)

Zokodia ere izan diteke:

Mugakide, mugalde guztiak berdiñak dituna. (Erderaz **Equilótero**)

Zokokide, zoko guztiak berdiñak dituna. (Erderaz **Equiángulo**)

Neur-bateko, mugakide etct zokokide dana. (erderaz **Regular**)

Ez neur-boteko, mugakide ala zokokide ez dana. (Erderaz **Irregular**).

80. OARRA.—Neur-bateko iruki, mugakide bakarra dezu, zokokide bait-da ere berean.

81. Zokodiak izan ditezke, beren mugaldeei begiratuaz:

3 mugalde dituna, **Irukia**; 4 dituna, **Laukia**; 5 dituna, **Boskia**; 6 dituna **Seikia**; 7 dituna **Zazpikia**; 8 dituna, **Zortzikia**; 9 dituna, **Bederatzikia**; amar dituna, **Amarkía**, 100 dituna **Eunkia...** eta abar.

82. AZALKIZUNA.—**Zokodi bateon, zoko guztiak zer balio duten jakiteko, konta-itzazu mugaldeak, eta, bi kenduaz, ori ainbot aldiz artu bi zoko-tente.**

Bedi ABCDEF zokodia. (33 garren irudia).

A-kantoitik C/D/E koner-lerroak egiñaz, ABC/ACD eta abar iruki agiri dira.

(Zenbat mugalde, ainbat iruki, bi gutxiago).

Ortaz iruki oyen zokoek, eta zokodi osoak berdin balio dute.

Bañan iruki bakoitzaren zokoek bi zoko-tente balio dituztenez, zokodiaren barren-zoko guztiak, bi zoko-tente balio, zenbat mugalde, bi gutxiago aldiz.

83. Zokodi bateko zoko guztiei (n) deitu ezkerro,
barrengo zokoan bilduma (b/b) au izango litzake:
 $b/b = 2T(n-2) = 2Tn - 4T$.

84. AZALKIZUNA.—Zokodi batean, bere kanpoko zoko guztiek (mugaldez eta oyen luzapenez egiñek) lau zoko-tente balio.

Bedi ABCDE zokodia (34 garren irudia).

(34 gn. irudia)

Onen barren-zoko bakoitzak eta urkoak (kanpokoak) 2T balio, adibidez $ABC + CBF = 2T$. Ortaz barren-zoko guztien bildumak (b/b) eta kanpoko zoko guztien bildumak (k/b), $2T(n \text{ aldiz})$ balio. Auda, $b/b + k/b = 2Tn$.

Bañan ikusi degunez, (83) $b/b = 2Tn - 4T$ dan ezkerro,
 $k/b = 2Tn - (2Tn - 4T) = 2Tn - 2Tn + 4T = 4T$.

85. OARKIZUNA.— Neur-bateko zokodiak zoko berdiñak ditu, bai barrengoak beren artean, baita kanpokoak ere beren artean (ayen betegarri diralako). Ortaz zoko batek zer balio dun jakiteko, (zenbat zoko diran) ainbat aldiz zatitu ezazu guzien balioa.

Neur-bateko zokodian, zoko batek au balio; $\frac{2T(n-2)}{\quad}$

Orregatik **iruki-mugakidean**, zoko batek au balio:

$$\frac{2T(3-2)}{3} = \frac{2T \times 1}{3} = \frac{2T}{3} = \frac{2}{3} T = 60^\circ$$

Era berean **lauki-trinkoan**, zoko batek au balio: $\frac{4T}{4} = T = 90^\circ$.

Eta orrela beste zokodi guzietan.

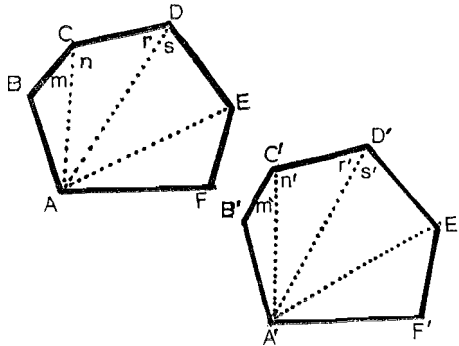
86. Errez ulertuko dezunez, **bi zokodi (beren mugaldeak, zokoak eta kantoiak, berdiñak baldin badituzte) berdiñak dituzu.**

Bata bestearen gañean jarrita, gauza bera egingo bait-luteke.

Orobat **bi zokodi (batek, besteak ainbat iruki berdiñak, berdin jarriak, baldin baditu) berdiñak dituzu.**

Mugalde ta zoko guztiak berdiñak lirakeloko.

87. AZALKIZUNA.— **Bi zokodi alkar-berdiñak dituzu, beren zoko-mugalde guztiak, alkar-berdiñak eta berdin jarriak baldin badituzte.**



(35 gn. irudia)

Bitez ABCDEF eta A'B'C'D'E' zokodiak (35 garren irudia).

Bitez $AB = A'B'$, $BC = B'C'$... eta abar; baita ere $A = A'$, $B = B'$... eta abar. Bata bestearen gañean jarri ezker, (AF-lerroa A'F-ren gañean dala). AB A'B'-ren gañera etorriko, A/A' zoko berdiñak diralako;

AB A' B'-ren gañera etorriko, A/A' zoko berdiñak diralako; B-zokoa B'-ren gañera etorriko, AB/A' B' mugalde berdiñak diralako. Eta orrela gañerako guztiak. Zokodi berdiñak dituzu beraz.

88. AZALKIZUNA.— Bi zokodi berdiñak dituzu, batak besteak ainbat iruki berdin eta berdin jarriak baldin baditu.

Bitez ABC/A'B'C, ACD/A'C'D' eta abar iruki alkar-berdiñak (35, 1). ABC/A'B'C' berdiñak diralako, AB/A'B' eta BC/B' C' berdiñak dituzu;

eta $ACD = A'C'D'$ dan ezkerre, $CD = C'D'$ dezu.

Orrela gañantzeko mugalde berdintasuna adierazi ditekete.

Beste aldetik $ABC = A'B'C'$ diran ezkerre, $B = B'$ dituzu;

beroyek eta $ACD/A'CD'$ berdiñak diran ezkerre,

m/m' eta n/n' zoko berdiñak dituzu. Beraz $m + n = m' + n'$ ($C = C'$).

Orrela gañerako zokoen berdintasuna adierazi genezake.

Beraz zokodi auek zoko-mugalde berdiñak dituzte,

eta era alkar-berean jarriak. Orregatik berdiñak dituzu (87).

ALDERANTZIAN.— Bi zokodi berdiñak baldin badira, batean ainbat iruki berdin eta era bereon jarriak, bestecm atera ditezke.

Bitez ABCDEF eta A'B'C'D'E'F' zokodiak (35 garren irudia).

A/A' kantoietatik koner-lerroak egiñik,

batean ainbat iruki agertzen dira bestean; bañan zokodi berdiñak diran ezkerre,

AB/A'B', BC/B'C' mugalde berdiñak dituzu, baita B/B' zokoak ere; orregatik $ABC/A'B'C'$ iruki berdiñak dituzu (66, 3).

Iruki berdiñak diralako, $AC = A'C'$ dituzu; eta zokodi berdiñak diralako, $CD = C'D'$.

Era berean iruki berdiñak diralako, $m = m'$ dezu; eta zokodi berdiñak diralako, $C = C'$.

Orregatik $C - m = C' - m'$ ($n = n'$).

Beraz $ACD/A'CD'$ iruki berdiñak dira, $AC = A'C'$, $CD = CD'$, $n = n'$ dituztelako.

Onela adierazi genezake,

zokodi bakoitzeko irukien **alkar-berdintasuna**.

IX GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Makobilla=la circunferencia. Mako bildua. Itxia.
Biotza=el centro de la circunferencia. Makobillaren biotza. Erdiko puntua.
Zil-lerroa=diámetro. Zilletik dijan lerroa. Biotza ikutzen duan lerro-zuzena.
Zillerdia=radio. Zil-lerroaren erdia.
Aria=cuerda. Makoaren bi ertzak ikutzen dituan lerro-zuzena.
Iku-lerro=fangente. Ikutzen duan lerroa.
Epai-lerro = secante, cortante. Ebakitzen duan, epaitzen duan lerroa.
Oboa=el drculo.
Obo-zatia=sector circular.
Obo-pusketa=segmento circular. Ikusi 91 garren zenbakia.
Makobil biozkideak=circunferencias concéntricas. Biotz bctt bera duten makobillak.
Koroi=corona o anillo. Ikusi 92 garren zenbakia.
Koroi-zati=trapezio circular. Ikusi 92 garren zenbakia.

MAKOBILLA ETA OBOA

89. MAKOBILLA, izenak berak díonez, lerro-makoa dezu, txapala, itxia, eta bere puntu guztiak beste puntuaren inguruan, tarte berdiñez dauzkana.

Makobillaren erdiko puntua, **biotz** esan oi da.

Makoa, makobillaren zati bat dezu.

Zil-lerroa, makobillaren biotzetik dijoan aria.

Zillerdia, zil-lerroaren erdia. Makobillaren puntu bat eta biotza ikutzen ditun lerro-zuzena.

Aria, makobillaren bi puntu ikutzen ditun lerro-zuzena.

Iku-lerro, makobillaren puntu bakarra ikutzen dun lerro-zuzen azken-gabea.

Epai-lerro, makobillaren bi puntu ikutzen ditun lerro-zuzen azken-gabea.

m

E

(36 gn, irudia)

36 garren irudian, ABCDEA makobilla dezu;
AB/BC makoak dituzu; OA/OC zillerdiak; AC aria; AD zil-lerroa;
HK iku-lerroa; eta FG epai-lerroa.

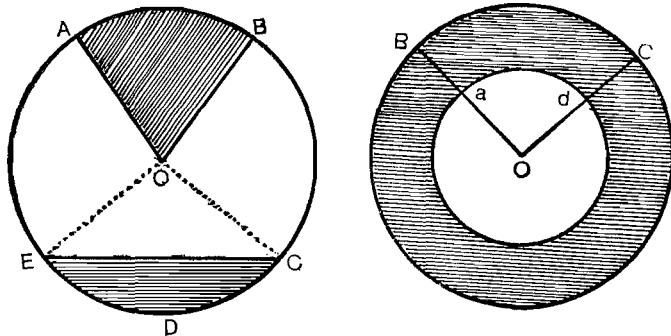
90. ONDOREAK.

I) Zil-lerroa bi zillerdi dira.

II) Zil-lerroak (makobil berean) berdiñak dituzu; baita zillerdiak ere.

91. Oboa, makobil-barruko zabalgunea dezu.

Obo-zati, mako baten eta bi zillerdien arteko zabalgunea. (OABO,
37 garren irudian)



(37 eta 38 gn. irudiak)

Obo-pusketa, mako baten eta bere ariaren arteko zabalgunea (ECD, 37 garren irudian).

OARRA.—Ari baten **makoa** diogunean, arek ikutzen ditun bi ma-koetan txikiena adierazten degu. Orrela 36 garren irudian, AC-ariaren **makoa** ABC dezu; ez AEDC.

Era berean, ari baten **obo-pusketa** diogunean, arek ikutzen ditun bi pusketan txikiena adierazten degu. Orrela, EC ariaren pusketa, 37 garren irudian, ECD dezu; ez ECBAE.

92. Makobil-biozkideak, puntu-erdi edo biotz bera dutenak dituzu. **Koroi**, biotz bereko makobillen arteko zabalgunea. (38 garren irudian, zati illundua).

Koroi-zati, bi zillerdien arteko koroi-puska. (38 garren irudian, BC da B).

93. AZALKIZUNA.—**Zillerdi berdiñeko makobillak, berdiñak di-**tuzu.

Bién biotzak alkarren gañean ipíñita, makobil bat bestearen gañera dator, zillerdi bera dutelako; eta makobil baten puntu guztiak, bestearen puntuen gañera datoz, guztiek biotzera tarte bera daukatelako.

94. ONDOREAK.—I) **Zillerdi bereko oboak, berdiñak dituzu.**

II) Zillerdi bereko bi mako izanda, bata bestearen gañean biotzez-biotz eta mako muturrez-mutur ipiñi ezker:

**Beste mako-muturrak ere batera etorriko dira, berdiñak baldin bada-
dira; eta bestela (desberdiñak baldin bada) mako txikia aundia-
ren gañera etorriko.**

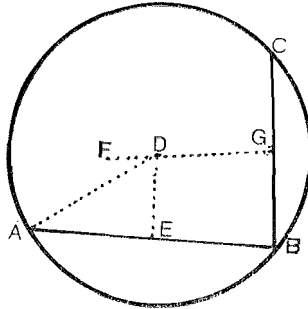
Eta ori bera alderantzian:

**Bina mako-muturrak juxtu etortzen bada, mako berdiñak dira;
bestela desberdiñak.**

95. AZALKIZUNA.—**Lerro-zuzen batek, makobillaren bi puntu ba-
karrik ikutu dezazke.**

Puntu geiago ikutuko balitu, -.puntu batetik lerro-zuzen batera, bi lerro berdin baño geiago izango genituzke. Eta ori ezin diteken gauza da (46).

96. AZALKIZUNA.—**Iru puntuak (errezkada berean ez badaude) makobil-tokia markatzen dute.**



(39 g.n. irudia)

Bitez A/B/C puntuak (39 garren irudia).

Lotu ditzagun AB/BC lerroen bidez, eta oyen erdietan DE/FG lerro-tenteak jaso.

Oyek puntu batean alkartzen dira (53,4), 0-puntuan alegia.

Bañan DE-lerroaren puntu guztiak, A/B puntuen biderdian daude; eta FG-lerroarenak B/C puntuen biderdian (50);

orregatik 0-puntua (bi lerroena) A/B/C puntuen biderdian dago.

Ortaz, OA/OB/OC zillerdietaz markatutako makobilla, A/B C puntuak-zear dijoa; eta iruen biderdian 0-puntu bakarra dagoan ezke-ro, (50 eta 14,6)

A/B/C puntuak-zear dijoan makobilla, bat bakarra da, ondo esitua (markatua).

ONDOREA.—**Bi makobillek, bina puntu bakar alkar-ikutu ditzateke.**

Alkar iru puntu ikutuko balituzteke,

ez lirake bi makobil izango, bakarra baizik.

97. AZALKIZUNA.—**Bi makobillek puntu berdiñik baldin badute biotz-lerroz kanpora, izango dute besteren bat, eta alkar-ebakitzaile dira.**

Bitez O/O' makobillak, eta P , bi makobillek alkar-ikutzen duten puntua.

Egizu O -tik O' -ra lerro-zuzena; egizu orain PA , OO' -ren tentea, eta luza ezazu beste ainbeste ($AP' = PA$).

Lotu itzazu O/O' eta P/P' puntuak; eta $OP = OP'$ dezu (45, 1).

Orregatik P eta P' , O -makobillaren puntu dituzu.

Orobct $OP = O'P'$ (45,1); orregatik P eta P' , O' makobillaren puntu dituzu.

O/O' makobillak beraz, bi puntu dituzte bienak, eta alkar-ebakitzalle dira.

98. Bi makobil, zabalgunere berean, bost alkar-eratan egon ditezke; eta bost izen artu ditzateke: **kanpoko, barruko, kanpoz-ikutuak, barruz-ikutuak eta alkar-ebakiak**. (Ikusi 40/41/42/43 garren irudiak).

99. AZALKIZUNA.—Zabalgune bereko makobillek:

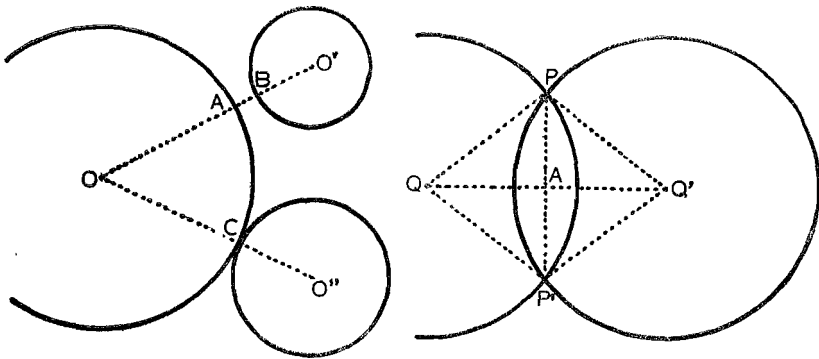
I) Kanpoko baldin badira, bi zillerdi baño luzeagoko tartea dute.

II) Kanpoz ikutzen badira, bi zillerdien luzeko tartea dute.

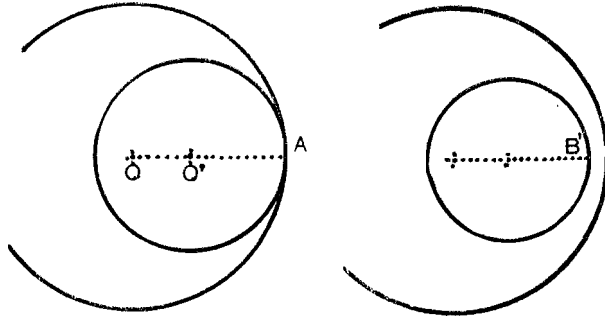
III) Alkar-ebakitzen badira, bi zillerdi baño motxagoko tartea dute, eta bi zillerdien arteko aldea baño luzeagoa.

IV) Bamiz ikutzen badira, bi zillerdien aldearen luzeko tartea dute.

V) Barruko baldin badira, bi zillerdien aldea baño motxagoko tartea dute.



(40 eta 41 gn. irudiak)



(42 eta 43 gn. irudiak)

I) (40 garren irudia) $OO' = OA + AB + BO$.

Orregatik $OO > OA + BO$.

II) (40 garren irudia) $OO'' = OC + CO''$.

III) (41 garren irudia) (61): $OO < OP + PO$, eta $OO > O'P - OP$.

IV) (42 garren irudia) $OO' = OA - OA$.

V) (43 garren irudia) $OO' = OA - (OB - BA) = OA - O'B - BA$.

Orregatik $OO > OA - O'B$.

100. ALDERANTZIAN.—Azalkizun au alderantzian jartzea oso erreza da, eta adieraztea errezago (10).

X GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Ez da emen **itz** berezirik agertzen.

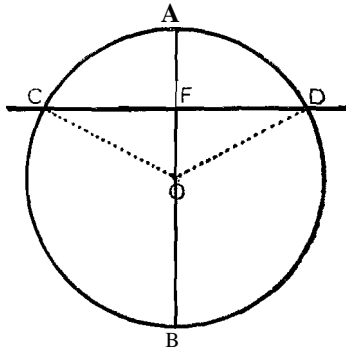
MAKOBILLA ETA ZENBAIT LERRO-ZUZEN

101. AZALKIZUNA.

I) Zil-lerroak makobilla erdibitzen du.

II) Zil-lerroak luzera aundiagoa du, makobilleko ari aundienak baño.

III) Zil-lerroak bere ari tentea erdibitzen du. (Aria eta ariaren makoak).



(44 gn. irudia)

I) Bedi AB zil-lerroa (44 garren irudia).

ACB/ADB makobil erdi bana dirala diogu.

Irudia tolestuaz, AB zil-lerrotik, ACB-makoaren puntuak, ADB-ren gañera datoz,

O-biotzetik berdin urrutiratzen diralako. Ortaz $ACB = ADB$.

II) AB CD dala diogu.

Izan ere, OD/OC zil-lerroak egiñik, $OD + OC > CD$ (61);

bañan $OD + OC = AB$ (90,I). Orregatik $AB > CD$.

III) AB/CD alkar-tente diralarik, $CF = FD$ dala, eta $CA = AD$, $CB = DB$ dirala diogu.

AB zil-lerrotik irudia tolestuaz, ACB-makoa ADB-ren gañera dator;

FC FD-ren gañera dijoa, F-puntura zoko-tenteak d'fjoaztelako;

C-puntua, (ACB/CF ikutzen duten puntua)

D-puntura dator (ADB/FD ikutzen duten puntura).

Orregatik CF/FD, CA/AD, CB/DB alkar-berdiñak dituzu.

102. ONDOREAK. I) Zil-lerroak oboa erdibitzen du.

II) Bi zil-lerro alkar-tenteek, lau puska berdín egiten dute makobilla. Puska bakoitza laurdena dezu.

103. Ba-dakizu zil-lerroa, makobillaren biotz-erditik dijoala, eta makobilleko aririk aundiena dala. Orregatik, biotzetik urrutiratzen dan aria, txikiagotzen dijoa, makobillaren puntu bakarra ikutzera-ño. Orduan **iku-lerro** deritza, eta zillerdi-bide dizu biotzera.

Ortaz,

I) Iku-lerroak, makobillaren biotz-erdira, zillerdi bide dizu; ariak edo epai-lerroak zillerdi baño gutxiago bide; kanpoko lerroak, zi-uerdi baño geiago bide: (10) eta ori bera alderantzian.

II) 43, 16 eta 41 garren zenbakietan esandakoa gogoratuaz:

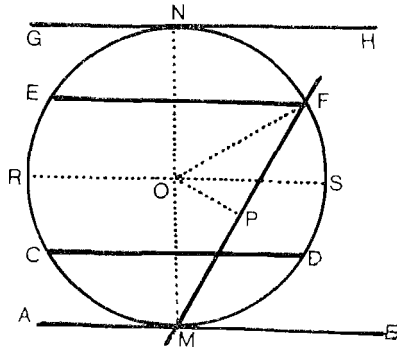
Iku-lerroa eta ikutzen dun zillerdia, biak alkar-tente daude.

Epai-lerroa eia ikutzen dun zillerdia, biak alkar-oker daude.

Eta ori bera alderantzian (10).

III) Biotzetik aldentzen diran ariak, gero ta txikiagotzen dijoaz, eta gero ta mako laburragoa ikutzen dute. Orregatik, **ari berdiñek mako berdiñak ikutzen dituzte; zenbat eta ari aundiagoa izan, mako aundiagoa ikutzen du.**

Eta ori bera alderantzian (10).



(45 gn. irudia)

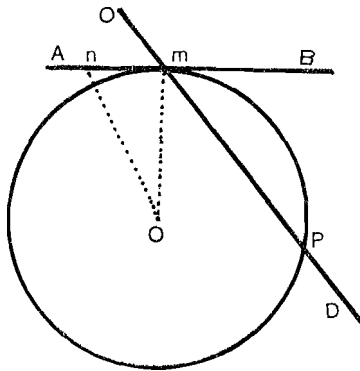
IV) Ari berdiñek tarte berdiña dute biotzera; zenbat eta aria aundiago izan, tarte txikiagoa du. Eta ori bera alderantzian (10).

V) Bi lerro bizki batera urrutiraten badira, beren arteko makoak (naiz ari, naiz epai-lerro, naiz iku-lerro izan) alkar-berdiñak dira.

104. AZALKIZUNA.—Zillerdiak makobilla ikutzen dun puntutik, dijoan lerro-zuzena:

I) Zillerdiaren tente baldin bada, puntu bakarrean ikutzen du makobilla, eta iku-lerro dezu.

II) Zillerdiaren ez-tente (oker) baldin bada, bi puntuetan ikutzen du makobilla, eta epai-lerro dezu.



(46 gn. irudict)

I) AB-lerroa Om-ren tente baldín bada, iku-lerro dala diogu. Beste edozein lerro (adibidez On) AB-lerroaren ez-tente (oker) dezu, eta Om-baño luzeago. Ortaz n-puntua makobillatik kanpoan dago. Orregatik AB-lerroak puntu bakarrean ikutzen du makobilla, eta **iku-lerro** dezu.

II) CD-lerroa OM-ren ez-tente (oker) baldin bada, epai-lerro dala diogu.

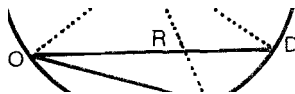
Om/CD alkar-okar diran ezkerre, egizu OP-lerroa, Om-ren neurrikoa (46); eta CD-lerroak bi puntu ditu makobillan (m/P). Orregatik **epai-lerro** dezu.

105. ALDERANTZIAN.—Zillertiak makobilla ikutzen dun puntutik, dijoan lerro-zuzena: I) iku-lerro baldin bada, zillertiaren tente dezu. II) Epai-lerro baldin bada, zillertiaren ez-tente (oker) dezu.

106. AZALKIZUNA.—Makobil batean: I) Mako berdiñek ari berdiñak.

II) Mako aundienak, ari aundiena.

I) AB-CB' mako berdiñak baldin badira, AB/CB' ari berdiñak dirala diogu. (47 garren irudia).



(47 gn. irudia)

AC-makoaren erditik MN zil-lerroa egin ezkerre, eta emendik irudia tolestu, A-puntua C-Puntuaren gañera etorriko, AM/MC berdiñak egin ditugulako (94, 2); B-puntua B'-puntuaren gañera, AB/CB'-mako berdiñak diralako.

Orregañik AB/CB' ari berdiñak dituzu (beren bi muturrek alkar-jotzen dutelako).

II) CD -makoa $>$ AB -makoa baldin bada, CD -aria $>$ AB -aria dala diogu.

Len bezela MN zil-lerroa egiñik, eta ortik irudia tolestuaz, A -puntua C -puntura dator, B -puntua B' -puntura (94, 2), eta AB -aria CB' -arira.

Orain $OC/OD/OB'$ egiñik, OCD/OCB' irukiek OC -lerroa biena dute, eta $OD=OB'$ dezu, bañan $COD > COB'$; ortaz $CD > CB'$. Bañan CB' lerroa, AB -rengañera datorren ezker, $CD > AB$ dezu.

107. ALDERANTZIAN.—Makobil batean: I) Ari berdiñek mako berdiñak.

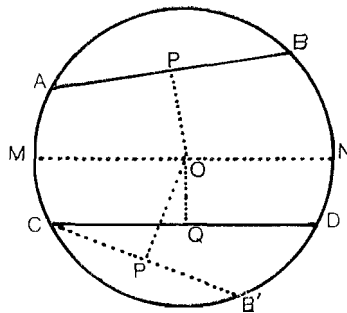
II) Ari aundienak mako aundiena.

108. AZALKIZUNA.—Makobil batean: I) Ari berdiñek tarte berdiña biotzera.

II) Ari aundienak tarterik aundiena biotzera.

I) AB/CB' ari berdiñak baldin badira, OP/OP' ere berdiñak dirala diogu. (48 garren irudia).

egizkiezu AB/CB' ariei beren OP/OP' tenteak; eta irudia MN -tik tolestuaz, A -puntua C -ren gañera dator, eta P -puntua B' -ren gañera;



(48 gn. irudia)

eta AB/BC batera datozen bezela, OP/OP' ere (ayen tenteak) batera datoz (41).

Orregatik OP = OP dezu, edo berdin dana,
AB/CB' lerroek O-biotzera tarte bera daukate.

II) CD-aria AB-baño aundiago baldin bada, OO OP-baño aundiago dala diogu.

Izan ere, len bezela MN zil-lerroa eta OP/OO alkar-tenteak egiñik, eta irudia MN-tik tolestuaz, A-puntua C-puntura dator; eta AB-aria CD-baño txikiago dan ezkerro (107), B-puntua B'-ren gañera dator, AB-lerroa CB'-lerroaren gañera, eta OP OP'-ren gañera.

Bañan OO-lerroa, O/CD-ren arteko OP'-lerroa baño txikiago dezu (42); eta are-txikiago OP' guztia baño.

Orobat OP'-lerroa OP-lerroaren gañera datorren ezkerro,
OO-lerroa OP-baño txikiago dezu;

orregatik CD-lerroak, AB-lerroak baño tarte txikiago du O-biotzera.

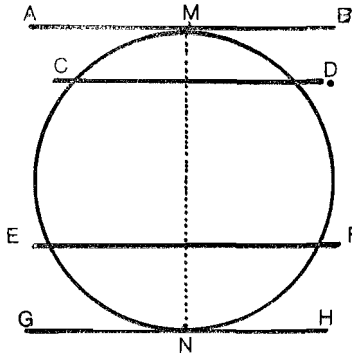
109. ALDERANTZIAN.—Makobil batean: I) Biotzera tarte berdiñeko ariak, berdiñak dituzu. II) Biotzera torterik txildena duna, ori dezu aundiena. 10)

110. OARKIZUNA.—Makobil berdiñetako makoak eta ariak, batean geldituko lirake, makobil biak-bat egin ezkerro; eta aurreko makobil bateko azalkizunak, bi makobilletan gertatuko lirake.

111. AZALKIZUNA.— Lerro-bizkien arteko makoak, berdiñak dituzu.

Lerro-bizkiak izan ditezke:

- a) bata iku-lerro, eta bestea epai-lerro edo ari.
- b) biak iku-lerro.
- c) biak epai-lerro edo ari.



(49 gn. irudia)

a) Bitez AB/CD (49 garren irudia).

AB-ek ikutzen dun puntutik MN zil-lerroa egiñik, AB-ren tente dezu, (105 eta 16) eta baita CD-ren tente ere (53,2). Orregatik MC/MD mako berdiñak dira (101,3).

b) Bitez AB/GH.

CD-lerroa (AB-ren tentea) egiñik, GH-ren tente dezu; eta aurreko txatalean gera. Beraz $MC = MD$ eta $CEN = DFN$; orregatik, batera bilduaz, $MCEN = MDFN$ dezu.

c) Bitez CD/EF.

MN zil-lerroa (CD-ren tentea) EF-ren tentea dezu. CD-ren tentea dalako, $CEN = DFN$ dezu; eta EF-ren tentea dalako, $EN = FN$. Orregatik CE/DF berdiñak dituzu.

XI GARREN IKASKAIA

ltz bereziak

Biotz-zoko = ángulo central. Makobillaren biotzeraño dihoan zokoa.
Obo-zoko=ángulo excéntrico o circular. Kantoia oboan daukan zokoa.
Barren-zoko=ángulo inscripto. Makobil barruan kantoia daukan zokoa.
Erdibarren-zoko=ángulo semi-inscripto. Ikusi 112 garren zenbakia.
Kanpo-zoko=ángulo exterior. Ikusi 112 garren zenbakia.
Alkar-neurtu=ser proporcionales entre sí. Estas dos líneas rectas son proporcionales entre sí. Bi lerro-zuzen auk aitar-neurtzen dute.

ZOKO-NEURKETA

112. Zokoak makobillan izan ditezke: biotz-zoko, obo-zoko, barren-zoko, erdibarren-zoko, eta kanpo-zoko.

Biotz-zoak, oboaren biotzean dauka kantoia; eta mugaldeak zillerdi ditu.

Obo-zokoak, oboaren biotzetik alde-batera dauka kantoia, bañan obo-barruan.

Barren-zokoak, makobillan dauka kantoia; eta mugaldeak ari ditu.

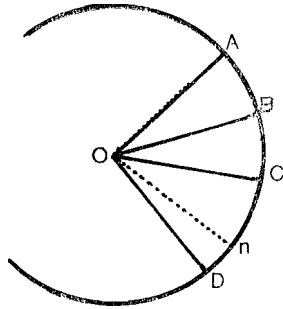
Erdibarren-zokoak, makobillan dauka kantoia; eta mugaldeak (bat ari, bestea ikulerro) ditu.

113. AZALKIZUNA.—Zillerdi bereko zokoak: I) Mako berdiñak baldin badituzte, berdiñak dituzu. II) Mako ez-berdiñak baldin badituzte, desberdiñak.

I) Bitez AB/BC berdiñak (50 garren irudia).

Irudia OC-tik tolestuaz, A-puntua C-ren **gañera dator**, eta OA OC-ren gañera.

Orregatik, AOB/BOC zoko berdiñak dira.



(50 gn. irudicO

II) Bedi CD-makoa BC-baño aundiago.

BOC-zokoa OC-tik tolestuaz, BC Cn-ra etorriko, COD-ren barruan. Orregatik COD-zokoa BOC-baño aundiago dezu.

ALDERANTZIAN.—Goiko azalkizuna alderantzian jartzeko, gogoan artzazu 10-garren zenbakian esan genduana.

114. ONDOREAK.— I) **Biotz-zoko tentearen mákoa, makobil-laurdenadezu** (31, 2-102, 2).

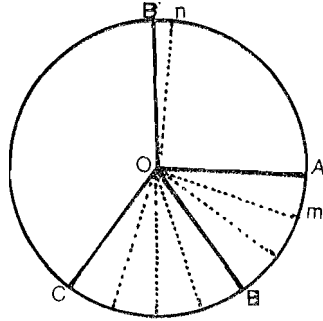
II) **Makobil-laurdena artzen dun biotz-zokoa, zoko-tente dezu.**

OARRA.— **Aurreko** azalkizuna ikusi ondoren, errez ulertuko dezu, **zokoek eta zillerdi bereko beren makoek, alkar-neurtzen dutela.** Onek esan nai du, mako bert bestea baño bi/iru/lau aldiz aundiago baldin bada, mako aren zokoa bestearen zokoa baño bi/iru/lau aldiz aundiagoa dalct. Eta txiagoa baldin bada, txikiagoa. Ortaz **zokoaren neurri, bere makoa dezu.**

115. AZALKIZUNA.—**Bi zokoek (zillerdi bereko) eta beren makoek, alkar-neurtzen dute.**

Mako alkar-neurgarri, ala neur-eziñeko izan ditezke. Ikusi ditzagun banaka.

I) Bitez AOB/BOC zokoak, eta AB/BC oyen makoak; eta artzazu Am, bi makoentzako neurri bera.



(51 gn. irudia)

Neurri au AB-ren gañean iru bider, eta BC-ren gañean lau bider, jarri baldin baleike, $AB : BC :: 3 : 4$ (AB BC-ren aldean, iru lau-ren aldean ainbat dezu).

O-tik neur-puntuetara zillerdiak egiñik, AOB zokoa iru-egin da, eta BOClau(113).

Ortaz, $AOB : BOC :: 3 : 4$ (AOB BOC-ren aldean, iru lau-ren aldean ainbat dezu). Eta era berean, $AOB : BOC :: AB : BC$ (AOB BOC-ren aldean ainbat).

II) Bitez AOB/AOB' zokoak, eta AB/AB' oyen mako, alkar neur-eziñak.

AB-makoa (2, 4, 8, 16 eta abar) zati berdiñetan ebaki ezker, eta oyetako zati bat, AB'-ren ganean, sartzen dan ainbat aldiz ipiñiaz, gañezkin bat gelditzen da kondarrean (B' n).

Kondar ori (AB zenbat-eta zati geiago egiten dituzun) txikiagotzen ari zaizu; bañan beti zedozer geldituko, AB/AB' alkar neur-eziñak bait-dira.

An-makoa aldagarri dezu, eta AB'-raño eraman diteke;

AOn-zokoa ere bai, AOB'-raño, bañan beti berdintasun ontan

AOB	AB	azken-muga ontaraño	AOB	AB
AOn	An		AOB'	AB'

beti alkar-neurtzen berdin ori gordeaz.

Orregatik, **bi zokoek eta beren makoek alkar-neurtzen dute,**

116. OARRA. 115 garren zenbakian BOC-zokoa AOB-ren neurgai bezela artuko bagendu, eta BC-makoa AB-makoaren neurgai bezela,

$$\frac{\widehat{AOB}}{\widehat{BOC}} = \frac{AB}{BC} \quad \text{onela geldituko litzake} \quad \frac{AOB}{1} = \frac{AB}{1}$$

Orrek esan naiko luke AOB eta AB berdiñak izango litzakela, edo zoko baten neurria *eta* bere makoarena, biak bat dirala. Esate baterako **biotz-zokoaren neurri, bere makoaren neurria dala.**

Makoak eta zokoak neurtzeko, gradu edo **malla** erabili oi degu. Makobillak 360° (malla) ditu. Makobil-laurdenak 90°.

Malla bakoitzak 60' (minutu) ditu; eta minutuak 60" (segundu).

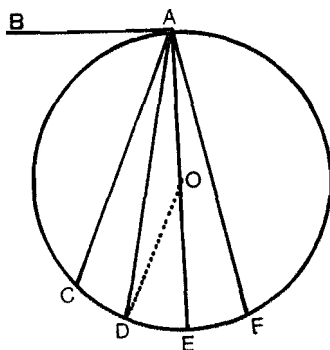
117. AZALKIZUNA.—Barren-zokoaren neurria (eta erdibarrenarena) bere mugaldeen arteko makoaren erdia dezu.

Zoko ori (nqiz bcrren, naiz erdibarren) iru modutan ogon diteke:

- 1) Bere mugalde batek biotza ikutzen dula.
- 2) Biotza, bí mugaldeen artean gelditzen dala.
- 3) Biotza, bi mugaldetatik kanpoan gelditzen dala. Banaka ikusi ditzagun.

Barren-zokoa

- 1) Bedi DAE barren-zokoa (52 garren irudian).
- OD-zillerdia egiñik, DOE = DAO + D dezu (63, 2);



'52 gn. irudia)

eta DAO = O dan ezker (70), DAO = 1/2 DOE.

Bañan DE-makoa, DOE-zokoaren neurri bait-da (114, oarra)
DE-ren erdia, DAO edo DAE zokoan neurri izango,
DAO eta DAE, DOE-ren erdi diralako bakoitza.

2) Bedi DAF barren-zokoa.

AE zil-lerroa egiñik, DAF = DAE + EAF; beraz DAF = 1/2DE + 1/2
EAE + EF) = 1/2DEF.

3) Bedi CAD barren-zokoa.

AE zil-lerroa egiñik, CAD = CAE — DAE;

ortaz, CAD = 1/2CDE — 1/2 DE = 1/ (CDE — DE) = 1/2 CD.

Erdibarren-zokoa

1) Bedi BAE erdibarren-zokoa (52 garren irudía).

Zoko au tentea dezu (103, 2), etcr bere neurria makobil-laurdena
114); bañan, ACE makobil-erdia artzen bait-du beregan,
BAE-ren neurria, bere mugaldetako makoaren erdia dezu.

2) Bedi BAF erdibarren-zokoa.

AE zil-lerroa egiñik, BAF = BAE + EAF;

ortaz, BAF + 1/2 ACDE + 1/2 EF = 1/2(ACDE + EF) = 1/2 ACDEF.

3) Bedi BAC erdibarren-zokoa.

AE zil-lerroa egiñik, BAC = BAE - CAE;

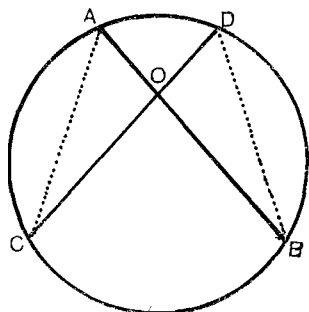
ortaz BAC = 1/2 ACDE - 1/2 CDE = 1/2(ACDE - CDE) = 1/2 AC.

118. ONDOREAK.

I) **Barren eta erdibarren zokoak, mako berdiñak baldin badituzte, berdiñak dira.**

II) **Barren eta erdibarren zokoak, beren mugaldeen artean makobil-erdia cirtzen baldin badute, zoko-tenteak dituzu (114, 2); mako aundiagoa baldin badute, zoko-irikiak dituzu; eta mako txikiagoa baldin badute, zoko-estuak dituzu.**

119. AZALKIZUNA.—Obo-zokooren neurria (bere mugaldeak luzotuta) bi zokoan mako-erdia dezu.



(53 gn. irudia)

Bedi COB obo-zokoa (53 garren irudia).

BD-aria egiñik, $COB = CDB + ABD$ (63, 2);

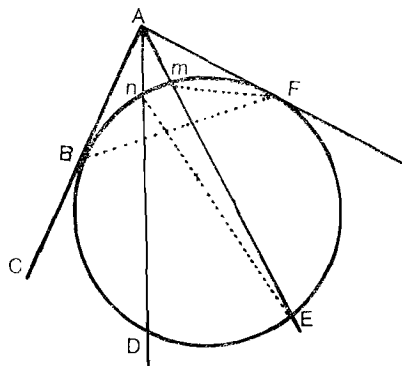
ortaz $COB = 1/2 CB - 1/2 AD = 1/2 (CB-AD)$ (117).

120. AZALKIZUNA.—**Kanpo-zokoaren neurria, bere mugaldetako makoek (ganbillek eta txokonek) alkarren artean daukoten goraberaren erdia dezu.**

Kanpo-zokoaren mugaldeak izan ditezke:

1) Biak epai-lerro. 2) Bata epai-lerro, bestea iku-lerro. 3) Biak iku-lerro.

Ikusi ditzagun banaka.



(54 gn. irudia)

1) Bedi EAD kanpo-zokoa (54 garren irudian).

E/N biak alkar lotuaz, $DNE = EAN + E$, eta $EAN = DNE - E$;

bañan $EAN = EAD$ diran ezker, $EAD = DNE - E$.

Gañera DNE eta E barren-zoko diran ezker, DNE-ren neurria, DE-ren erdia dezu, eta E-ren neurria NM-ren erdia.

$$\text{Orregatik } EAD = \frac{1}{2} DE - \frac{1}{2} NM = \frac{P^{\wedge}ZL^{\wedge}M}{2}$$

2) Bedi EAF kanpo-zokoa.

F eta M alkar-lotuaz, $EMF = EAF + AFM$; ortaz $EAF = EMF - AFM$;

eta lengo txatalean esana gogoratuaz, $\frac{1}{2}EF = EMF$ eta $\frac{1}{2}FM = AFM$;

$$\text{orregatik } EAF = \frac{1}{2} EF - \frac{1}{2} FM = \frac{E^F \sim \sim F^M}{2}$$

3) Bedi BAF kanpo-zokoa.

B eta F alkar-lotuaz, $CBF = BAF + BFA$;

$$\text{ortaz } BAF = CBF - BFA = \frac{1}{2}BDEF - \frac{1}{2}BMF = \frac{B^D E^F \sim \sim B^M F}{2}$$

XII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Arkigarria=problema. Arkitu bear degun gauza.

Onen berdiña=igual a ésto. A-zokoa B-ren berdiña da. El óngulo A es igual al B.

Puntu jakiña=punto determinado.

Obo-erdi malladuna=semicírculo graduado.

LERRO-ZUZENAK ETA ZOKOAK DIRALA-TA

ARKIGARHIAK

121. LENENGO ARKIGARRIA.—Puntu bcertetik lerro-zuzen batera, nola egingo zenduke lerro-tentea?

Iru era gerta ditezke:

1) puntua lerro-zuzenetik kanpoan egotea.

puntua lerxo-zuzenean bertan egotea.

puntua lerroaren mutur-ertzean egotea. Banaka ikusi ditzagun.

Bitez AB lerro-zuzena eta C-puntua (55 garren irudia).

C-tik, zillerdi beraren bidez, egizkizu bi puntu E/F AB-lerroan (46); orain, lengo zillerdi berarekin, edo EF-ren erdia baño beste aundiago batekin,

c

o *yr* **B,**

i

* .

(55 gn. irudia)

egizkizu bi mako E-tik eta F-tik. Oyek alkar-jotzen duten D-puntutik, eta C-tik, egizu lerro-zuzen bat, eta orixe dezu, eskatutako lerro-tentea (50, 2).

Izan ere, C puntua E/F puntuen biderdian dago, CE/FC zillerdi berdiñak diralako;

CD-lerroa, beraz, AF-ren eta AB-ren AB-ren tentea dezu.

2) Bitez AB lerro-zuzena eta O-puntua (55 garren irudia).

O-tik ezker-eskubira artu itzazu OF/OE tarte berdiñak;

orain, EF-ren erdia baño aundiagoko zillerdi baten bidez,

egizkizu bi mako, naiz goitik, naiz betik;

eta alkar-jotzen duten D-puntutik, eta O-tik, egizu CD lerro-zuzena.

Orixo dezu AB-ren tentea, O-puntuan.

Izan ere, O/D puntuak E/F-puntuen biderdian dauden ezker,

CD-lerroa EF-ren tentea dezu, eta baita AB-ren tentea ere.

> -

(S6 gn. irudia)

3) Egizu AB-lerroaren B mutur-ertzean lerro-tentea (56 irudia).

OB-zillerdi dalarik, egizu makobilla O-puntutik.

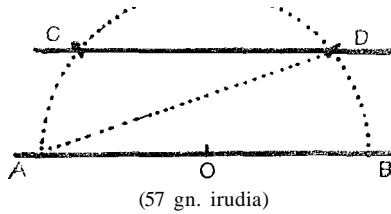
Makobil onek AB-puntua C-puntuan ebakitzen du.

Egizu C-tik O-zear COD zil-lerroa.

Orain DB-lerroa egiten badezu, AB-ren tentea dezu (bere mutur-ertzean)(118, 2).

Izan ere, ABD zoko-tentea dan ezker, BD-lerroa ere AB-ren tentea dezu.

122. BIGARREN ARKIGARRIA.—Puntu bertetik lerro-zuzen bati, nola egingo zenioke lerro-bizkia?



Bitez AB lerro-zuzena eta C-puntua (57 garren irudia).

AB-lerroan artzazu O-puntua, eta, OC zillerdi dalarik, egizu ACBD makobil-erdia.

Orain artzazu BD-makoa, AC-ren neurrikoa (103/107) eta C-puntutik D-puntura egizu lerro-zuzena. AB-ren bizkia dezu (118, 1).

Izan ere, AD-lerroa egin ezker, 1/2 barren-zoko berdiñak dira; baita AB/CD lerroen arteko zear-zokoak ere (AD-ek ebakitzen ditu bi lerroak); orreg'atik, AB/CD lerro bizkiak dituzu.

OARRA.—Bi arkigarri auek, errez arki ditezke eskairua dala bide. (Eskairua, olezko iruki zoko-tenteduna dezu).

Lerro-puntu batean tentea altxatzeko, jartzazu eskairuaren lerro-zuta lerroaren parean, kantoi zuzenak puntu ori ikutzen dularik, eta beste lerro-zutak markatzen dizu zuk nai dezun tentea.

Puntua lerroz kanpotik balego, jartzazu eskairuaren lerro-zut bat lerroaren parean, eta beste lerro-zutak puntua ikutu dezala. Ori da, dezun tentea.

Puntu batetik, lerro-zuzen baten bizkia egiteko, iartzazu lerro-gañean eskairuaren lerro-zut bat, eta regla edo zuzenkaia beste zutaren gañean, eta ondo eutsiaz, mugi ezazu eskairua edo eskuadra, lerro-gañeko zuta puntu artaraño eldu dedin arte, an egizu lerro-zuzena, eta orixe da eskatutako lerro-bizkia (52).

123. IRUGARREN ARKIGARRIA.—Lerro-zuzen zatia nola erdibituko zenduke?

(58 gn. irudia)

Bedi AB lerro-zuzen zatia (58 garren irudia).

A/B mutur-ertzetatik, eta AB-ren erdia baño aundiagoko zillerdi beraren bidez, egizkizu bi mako goitik (C-puntuan alkar-jotzen dutela), eta beste bi mako betik (D-puntuan alkar-jotzen dutela);

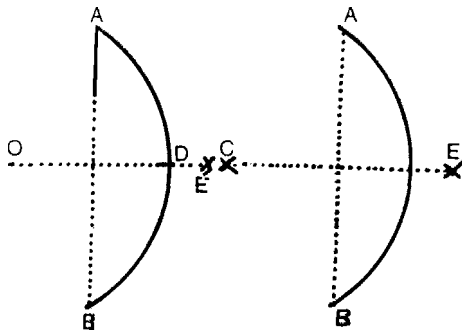
CD-lerroak AB erdibitzen dizu O-puntuan, AO/OB zati berdin diralarik (50, 2).

Izan ere, egin degun irudiari begiratuaz, argi azaltzen da, C-puntua A/B puntuen biderdian dagoala; eta D-puntua A/B puntuen biderdian.

Orregatik CD-lerroa AB-ren tentea, dezu, bere erdi-erdian.

124. LAUGARREN ARKIGARRIA, -Mako berr nola erdibituko zeneduke?

Ba-diteke:



(59 gn. irudia)

- 1) Makoaren biotza ezagutzea;
- 2) Ez ezagutzea. Banaka ikusi dezagun.

1) Bitez AB-makoa eta O-biotza (59 garren irudia).
AB-aria egiñik, eta O-puntutik OE (AB-ren tentea) (121, 1).
OE-lerroak AB-makoa erdibitzen du, AD/BD zati berdiñak diralako (101,3).

2) Bedi AB-makoa eta onen biotza ez-ezaguna.
AB-aria egiñik, egiozu erdian CE lerro-tentea (123).
Onek AB-makoa erdibitzen dizu, AD/DB zati berdiñak diralarik (101,3).

Izan ere, CE-lerroa A/B puntuen jeometri-leku dezu,
eta oyen biderdian dagoan ezkerre, ADB... makobillaren biotza ere,
lerro ortantxe dago;
orregatik CE-lerroa, AOB-makoa erdibitzen dun zil-lerroaren luzapen dezu.

125. BOSGARREN ARKIGARRIA

Nola erdibituko zenduke zoko bot? Ots, nola arkituko zenioke lerro zoko-erdibitzallea?

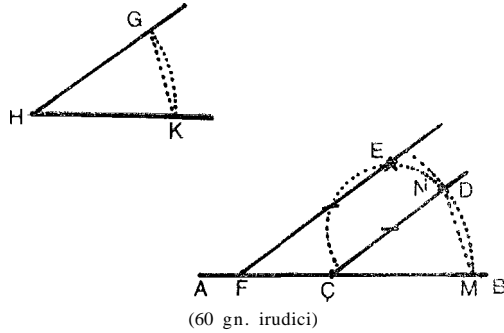
Egiozu zokoari bere makoa (112), eta erdibitu ezazu makoa (124, 1).
Or sortzen dan lerroa, zoko-erdibitzalle dezu (113, 1).

126. OARRA.—Aurreko txataletan adierazi degunez,
lerroak, makoak eta zokoak nai-ainbat aldiz erdibitu ditezke,
beti bi aldizka(2, 4, 8, 16,32...).

127. SEIGARREN ARKIGARRIA

Zoko bot izanik, nola egingo zenduke beste berdiña, lerroaren puntu jakin botean?

Bitez C-puntua (AB-lerroan) eta H-zokoa (60 garren irudia).
Edozein zillerdi baten bidez, egizu H-zokoaren makoa GK;
eta C biotz dalarik, egizu MN mako neur-gabea.
Mako ontan (ariak neurtuaz) jartzazu MN mako-zatia, GK-ren berdiña; eta N-tik CD-lerroa egiñik, DCB-zokoa dezu, nai dezun zoko berdiña(113).



128. ZAZPIGARREN.—Zoko bat izanik, nola egingo zenduke beste berdiña, lerroz kanpoko puntu batean?

Bitez E-puntua, AB lerro-zuzena, eta H-zokoa (60 garren irudia).

AB-lerroko edozein puntu batetik (C), egizu DCB-zokoa, H-ren berdiña(127);

egizu E-tik CD-lerroa, CD-ren bizkia (122);

lerro onek EFB-zokoa eratzen du, H-ren berdiña.

Izan ere, DCB/H zoko berdiñak egin ditugu,

EFB/DCB pare-zoko berdíñak dira, eta ortaz EFB H-ren berdiña dezu.

OARRA.—Azken arkigarri auek, oso errez arkitzen dira, **obo-erdi malladunaren** bidez. (Semicírculo graduado).

XIII GARREN IKASKAIA

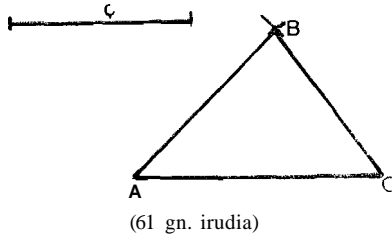
Itz bereziak

Bestaldeko mugaldea=lado opuesto.
Aterbide=solución. Atera bidea. Ongi ertetzeko bidea
Arkibide = solución. Arkitzeko bidea.

ZOKODIAK DIRALA-TA ARKIGARRIAK

129. LENENGO ARKIGARRIA.—Iru **mugalde izanik, nola erotuko zenduke irukia?**

Bitez $a/b/c$ mugaldeak (61 garren irudia).



Lerro-zuzen baten gañean, artzazu AC-zatia, a-ren neurrikoa; eta A/C puntuetatik egizkizu bi mako, bata b-neurriko zillerdiaz, bestea c-neurrikoaz.

Bi makoek B-puntuan alkar-jotzen dute.

Orain B-puntua lotu ezazu A-kin eta C-kin;

eta ori da nai dezun ABC irukia.

Izan ere, onen mugaldeak $a/b/c$ lerroen neurriko dituzu.

130. OARRAK.

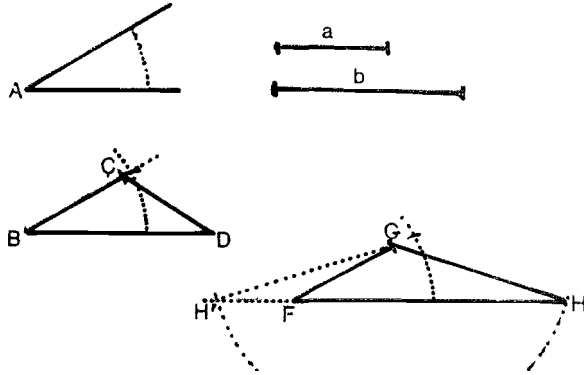
I) Arkigarri au ezin ondo burutuko litzake, mugalde aundiena beste biak bat baño laburragoa ez bada; izan ere, aurreko irudian a-lerroa beste biak-ainbat edo aundiago balitz, makcek ez zuten alkar-joko, eta ez genduke B-puntua arkituko.

II) Iruki-bikidea egiteko, naikoa dezu mugalde desberdiñak ezagutzea; eta iruki-mugakidea egiteko, naikoa da mugalde bakarra ezagutzea.

131. BIGARREN ARKIGARRIA—Bi mugalde ta zoko bat izonik, nola eratuko zenduke irukia?

Ba-diteke:

- 1) zoko ezaguna, bi mugalde ezagunen tartekoa izatea.
- 2) zoko ezaguna, oyen bestaldeko zoko izatea. Banaka ikusi ditza-gun.



(62 gn. irudia)

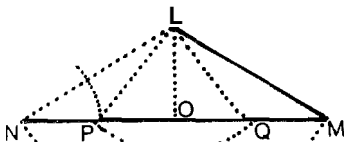
- 1) Bitez a/b mugalde ezagunak eta A oyen arteko zokoa (62 garren irudia).

Egizu B-zokoa A-ren neurrikoa (127); onen mugaldetan artzazu BC aren neurriko;

orobat BD b-ren neurriko; egizu C/D lotuaz lerro-zuzena, eta or dezu nai dezun BCD-irukia. ($BC = a$; $BD = b$; $B = A$).

2) Bitez a/b mugaldea eta A-zokoa (b-mugaldearen bestaldekoa). Egizu len bezela F-zokoa, A-ren neurrikoa; artzazu FG-mugaldea a-ren neurrikoa; egizu H-puntua G-puntutik, b-lerroaren neurriko zillerdiaz; eta G/H alkar-lotuaz, or dezu bear zan FGH-ixukia. Izan ere, FG a-ren neurriko dezu; GH b-ren neurriko; FGH-zokoa A-ren berdíña, eta GH-lerroaren bestaldean arkitzen dana. FGH-zokoa A-ren berdíña, eta GH-lerroaren bestaldean arkitzen dana.

132. OARRA.— Arkigarri onen lenengo txatala beti atera ditek; bigarrenak azalpen bat merezi du. Zokoaren bestaldeko mugaldea, emandako lerroetan aundiena baldin bada, aterbide bakarra dauka. Izan ere, FH-lerroan (FH-ren neurriko zillerdiaz) bi puntu H/H' markatu ditezke noski (62 garren irudia), bañan H'FG-irukiak ez di-gu balio; ez da soluzio, H'FG-zokoa A-ren neurriko ez dalako. Zokoaren bestaldeko mugaldea, beste mugaldearen neurriko baldin bada, orduan problemak (arkigarriak) aterbide bakarra dauka. Ori errez ulertuko dezu MN-makoa (63 garren irudia) nun gelditzen dan ikusita.



(63 gn. irudia)

Orregatik ematen diguten zokoa, zoko-estu bear degu izan; bestela, eskatzen diguten irukiak bi zoko-tente, edo bí-iriki ízango lituzke, eta ori ezin ditekzen gauza da (70).

Azkenik, zokoaren bestaldeko mugaldea, beste mugaldea baño mo-

tzago baldin bada, iru gauza gerta ditezke: a) arkibiderik (soluzio-rik) ez izatea; b) arkibide bakarra izatea; eta c) bi arkibide izatea.

Ortarako begira-ezazu, kantoi ezagunetik ez-ezagunera zenbat tarte dagoan.

Zokoaren bestaldeko mugaldea, kantoitik-kantoirako tartearen berdiña baldin bada, problemak (arkigarriak) arkibide bakarra dauka; mugalde ori, kantoiaren arteko tartearen baño aundiago baldin bada, problemak bi arkibide dauzka;

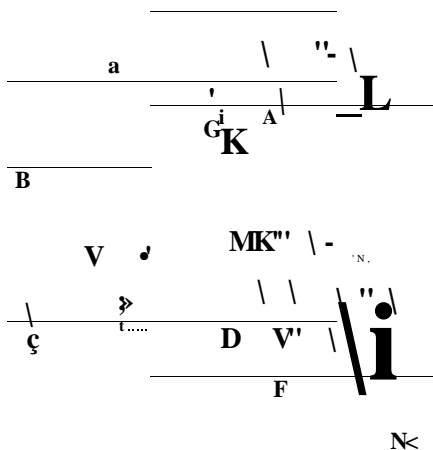
eta mugalde ori, kantoiaren arteko tartearen baño txikiago baldin bada, arkigarriak ez du iñungo soluziorik.

Ori ikusteko, begira nun dagoan LO lerro-tentea, eta nun LP/LO lerro-oker berdiñak (63 garren irudia).

133. IRUGARREN ARKIGARRIA, Mugalde bat eta zoko bi izanik, nola eratuko zenduke irukia?

Ba-diteke:

- 1) .Emandako bi zokoak, mugaldearen ondoko izatea.
 - 2) Bata ondoko, eta bestea bestaldeko izatea. Banan ikusi ditzagun.
- 1) Bitez a-mugaldea eta A/B ondoko zokoak (64 garren irudia). Artzazu lerro-zuzen batean a-ren neurriko CD-zatia;



(64 gn. irudia)

egizkizu C/D-puntuetan A/B-ren neurriko zokoak.

Oyen mugaldeak E-puntuak alkar-joko dute;

eta or dezu eskatutako CDE-irukia.

Izan ere, CD a-ren neurriko dezu; C A-ren neurrikoa; eta D B-rena.

2) Bitez a-mugaldea, A ondoko zokoa, eta B bestaldekoa.

Egizu F-zokoa, A-ren berdiña;

egizu FMN-zokoa, B-ren berdiña (FC-lerroaren edozein puntu batean);

artzazu FH-mugaldea, a-ren berdiña, eta H-puntutik H-G-lerroa (MN-lerroa (MN-ren bizkia) egiñik, or dezu eskatutako FGH-irukia.

Izan ere, FH a-ren neurriko dezu; F A-ren berdiña;

FGH/FMN pare-zoko berdiñak; eta FGH B-ren neurrikoa.

OARRA.—Arkigarri edo problema onek aterabiderik izateko, eman dizkiguten zokoak ez dute (biak batean) bi zoko-tente baño geiago balio bear (62). Bestela CE/DE lerro zuzenak (aurreneko txatalean) eta MN/FN lerro-zuzenak (bigarren txatalean) ez lirake puntu batera bilduko; eta ez genduke irukirik osatuko.

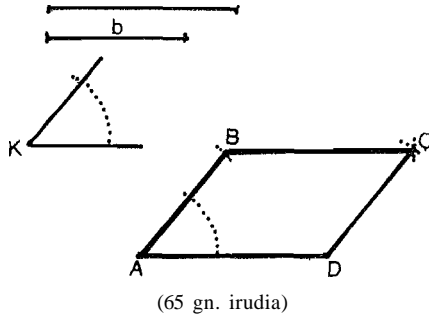
134. Iruki zoko-tenteduna egiteko, naikoa da bi mugalde ezagutzea, edota mugalde bat eta zoko estu bat.

Bí mugalde ezagutzen diranean, bi lerro-zuta baldin badira, egizu 131 garren zenbakiaren lenengo txatalean geniona; eta bat zuta eta bestea zearra baldin badira, bigarren txatalean esandakoa.

Mugalde bat eta zoko estu bat ezagutzen diranean, lerro-zuta baldin bada, begira egiozu 133 garren zenbakiari; eta zoko estua mugaldearen ondokoa baldin bada, egizu lenengo txatalean geniona; eta mugaldearen bestaldekoa baldin bada, bigarren txatalean esandakoa.

Azkenik zear-lerroa ezagutzen danean, egizu emandakoaren neurriko zoko bat; artzazu onen mugalde batean zear-lerroaren neurriko lerro-zatia; eta mutur ontatik egiozu beste mugaldeari lerro-tentea.

135 LAUGARREN ARKIGARRIA.— Bi mugalde eta zoko bot izanik, nola tajutuko zenduke lauki-parebiduna?



Bitez a/b mugaldeak eta K-zokoa (65 garren irudia).

Egizu A-zokoa K-ren neurrikoa;

artzazu AD lerro-zatia a -ren neurrikoa; orobat AB b -ren neurrikoa;

P-puntutik a -ren neurriko zillerdiaz egizu makoa,

eta D-tik b -ren neurriko zillerdiaz, egizu beste mako bat.

Bi mako aukeratu C-puntuan alkar-jotzen dute.

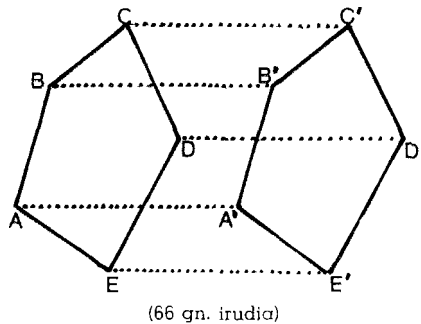
Lotu itzazu C/B/D eta or dezu eskatutako ABCD lauki-parebiduna.

OARRA.—**Lauki-trinkokerra** egiteko, naikoa dezu mugaldea eta zoko bat ezagutzea; lauki-tentea egiteko, bi mugaldeak ezagutu bear dituzu; eta **lauki-trinkoa** egiteko, mugalde bakarra.

136. BOSGARREN ARKIGARRIA.— Zokodi bot izanik, nola egingo zenduke beste bat berdiña?

Bedi ABCDE emandako zokodia (66 garren irudia).

Kantoi guztietatik egizkizu lerro-bizkiak (beren artean bizkiak);



eta beti neurri batekin ($AA' = BB' = CC$) ebaki itzazu bizkiak; (75-59-86).

$A'/B'/C'$ puntu auek alkar-lotu itzazu, eta zokodi ori aurrekoaren neurriko dezu.

Izan ere, bi zokodien mugaldeak alkar-berdiñak dira, parebidunaren aurrez-aurreko mugalde diralako (74, 1); eta zokoak ere bai, beren mugaldeak alkar-bizkiak eta era berean dituztelako.

OARRA.—Arkigarri au beste era batean atera zeikean;

zoko alkar-berdiñak egiñez, alegia,

eta emandako zokodiaren neurriko mugaldeak ipiñiaz (87).

Baita, emandako zokodian zenbait iruki eratu, eta beste zokodira eramanez ere (88).

XIV GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Sort-punlua=punto de origen. Ikusi 140 garren zenbakia
Iku-punlua=punto de contacto. Ikusi 140 garren zenbakia.
Jeometri-leku=lugar geométrico. Neur-leku esan ditekela deritzalt.

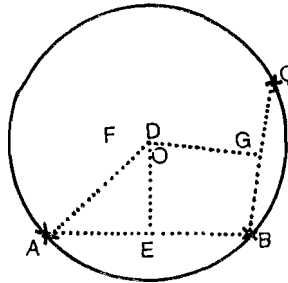
MAKOBILLAK DIRALA-TA ARKIGARRIAK

137. LENENGO ARKIGARRIA.— Iru puntu (ez lerro zuzenean) izanik, nola egingo zenduke makobilla?

Bitez A/B/C puntuak (67 gorren irudia).

Egizkizu AB/BC lerro-zuzenak, puntu auek lotuaz; eta, beroyen erdietatik, jaso itzazu aien lerro-tenteak.

D-puntuan alkar-joko dute; eta, DA zillerdi dala, egizu makobilla. Emandako A/B/C puntuetatik igaroko (96).



(67 gn. irudia)

138. BIGARREN ARKIGARRIA.— Nola arkituko zenduke, makobil edo mako baten biotza?

Artu itzazu makobillan, edo makoan, iru puntu edozein; eta aurreko irudiet berriturik, makobil-biotza topatuko.

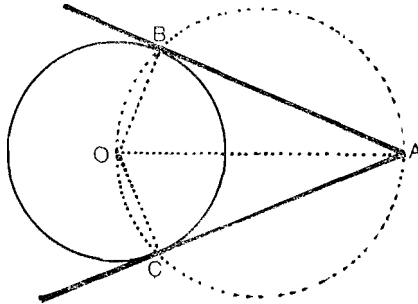
139. IRUGARREN ARKIGARRIA.— Puntu bat izanik, nola egingo zenioke makobillari iku-lerroa?

Puntu ori makobillan, edo makobillez kanpoan gerta diteke.

1) Makobillan baldin dabago, egiozu oni zil-lerroa; eta, bear bada luzatuaz, egiozu zil-lerroari puntu ontan lerro-tentea (121,2-3).

Ori dezu eskatutako iku-lerroa (104, 1).

2) Makobillez kanpoan baldin badago, bitez A-puntua eta O-makobilla (68 gn irudia).



(68 gn. irudia)

Lotu itzazu A-puntua eta O-makobillaren biotza; orain, OA-lerroa zil-lerro dalarik, egizu beste makobilla.

Onek aurrekoa B/C puntuetan ebakitzen du (100, 3).

Lotu itzazu A/B eta A/C puntuak; eta AB/AC lerroak, O-makobillaren iku-lerro dituzu, A-puntutik datozenak.

Izan ere, O-tik B-ra eta C-ra lerro-zuzen bana egiñik,

OBA/OCA zoko-tentek dituzu (118, 2);

orregatik AB/AC-lerroak OB/OC-zillerdien tentek dituzu, eta O-makobillaren iku-lerro.

140. OARRA.—ABO/ACO iruki-tente berdiñak dituzu;

biek OA zear-lerro bera daukate, OB/OC lerro-zutak eta berdiñak dira, eta orregatik, AB/AC lerro-zati berdiñak dira, eta baita OAB/OAC zokoak ere.

Orrela hada:

I) Puntu **batetik dijoazten** iku-lerroak (sort-puntutik iku-punturaño) **berdiñak dituzu.** II) Puntu **ori eta biotza** ikutzen ditun lerroa, iku-lerroen **zoko erdibitzalle dezu.**

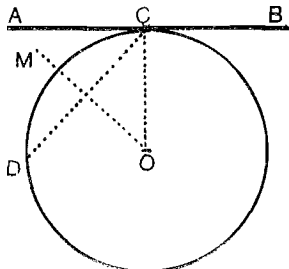
ONDOREA.— Lerro **zoko-erdibitzallea, zoko orren bi mugaldeak ikutzen dituzten makobilletako biotzen jeometri-leku dezu.**

Izan ere, arestian esan degunez,

biotz auek eta kantoia lotzen ditun lerro-zuzena, zokoaren erdibitzalle dezu; bañan, ezin bait-ditezke zoko batean bi erdibitzalle izan, orregatik iku-makobillen biotzak lerro ontantxe daude naitanaiez.

141. LAUGARREN ARKIGARRIA.— Puntu **bat lerro-zuzenean izanik, eta bestea lerroz kanpoan, nola egingo zenduke bi puntuak ikutzen ditun makobilla?**

Bitez AB lerro-zuzena, C bertako puntua, eta D kanpkoa (69 garren irudia).



(69 gn. irudia)

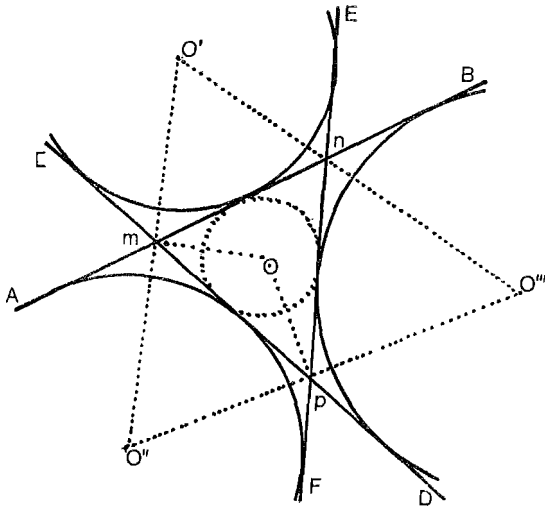
Ba-dakigu iku-makobillaren biotza, AB-ri C-puntuan egindako tenteandagola (105/41);

ba-dakigu baita, makobillak C/D puntuetatik ígaro bear dula, eta onen biotza, DC-ri bere erdian egindako tentean dagola ere; orregatik, OC/OM (AB/DC lerroen tenteak) egiñik, O-puntuan joko-luteke (53, 4);

eta, OC edo OD zillerdi dalarik, O-makobilla egin ezkeru,

AB-ren íku-makobil ízango litzake C-puntuan, D-puntua ikutuaz. Ori nai genduan.

142. BOSGARREN ARKIGARRIA,— Iru lerro-zuzen iru puntuetan alkartzen badira, nola egingo zenizkieke iku-makobillak?
 Bitez AB/CD/EF lerro-zuzenak (70 garren irudia).
 Iru puntuetan alkartzen dira, eta mnp-irukia egiten dute.



(70 gn. irudia)

Iruki ontan mnp-zokoari begiratuaz,
 ba-bakigu, zoko onen iku-makobilletako biotzak,
 mO-lerroan arkituko dirala, mnp-zokoaren erdibitzalle dalako;
 era berean, mpn-zokoari begiratuaz,
 ba-bakigu, zoko onen iku-makobilletako biotzak,
 pO-lerroan arkituko dirala, mpn-zokoaren erdibitzalle dalako.

Bi erdibitzalle auek O-puntuan alkartzen dira;
 eta, puntu au biotz dalarik, MN/NP/MP mugaldeak ikutuko ditun
 makobilla egin diteke,

Puntu ontatik, OA zillerdi dezularik, egizu makobilla;
B-puntutik igoxotzen dan ezker, AB-lerroa makobillaren ari dezu
(48, 1);
eta ADEB makoan dauden barren-zokoak, K-ren neurriko dituzu.
Izan ere, CAB erdibarren-zokoa, eta ADB/AEB, barren-zokoak, ber-
diñakdira(118, 1).
Orregatik CAB-zokoa K-ren neurriko egin degun ezker,
ADB/AEB barren-zokoak ere, K-ren neurriko dituzu.

XV GAHREN IKASKAIA

Itz bereziak

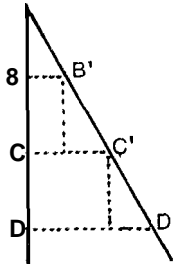
Bizki-ezak=antipaTalelas. Ikusi '149 gairen zenbakia.
Bilduma=suma. La suma de dos bases. Bi oñazpien bilduma.
Zokoz-beste mugaldea = el lado opuesto a tal cmgulo.

LERRO-ZUZEN ALKAR-NEURTUAK

144. AZALKIZUNA.— Zokoaren kmtoitik asita, Mugalde batecm zati berdiñak egin, eta zati-puntuetatik lerro-bizkiak egiten baditugu; beste mugaldecm ere, zrti alkar-berdiñak aterako dira.

Orregertik mugalde baten zatiek, eta bestearen zatiek alkar-neurtzen dutela diogu.

Bitez $AB/BC/CD$ zrti berdiñak AD -mugaldean, eta $BB'/CC'/DD'$ lerro-bizkiak (72 gn irudia).



(72 gn, irudia)

$AB'/B'C'/C'D'$ lerro-zati alkar-berdiñak dirala diogu.

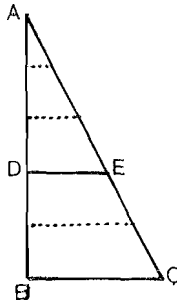
Egizkizu $B'M/C'N$ lerroak, AD -ren bizkiak, eta BC/CD lerroen neurriko dira (75, 1).

Bañan $AB/BC/CD$ alkar-berdiñak diran ezker, $AB/B'M/C'N$ ere berdiñak dituzu.

Ortaz $BAB'/MB'C'/NC'D'$ iruki berdiñak dira,
 $AB/B'M/C'N$ lerro-berdiñak eta $BAB'/MB'C'/NC'D'$ pare-zoko berdiñak dituztelako.

Eta iruki berdiñak diranez, $AB'/B'C'/C'D'$ zati berdiñak dituzu (69).

145. AZALKIZUNA.— Irukiaren mugalde bati lerro-bizkia egin ezkerro, beste bi mugaldeek alkar-neurtzen dute.



(73 gn. irudia)

Bedi DE lerro-zuzena, BC-mugaldearen bizkia (75 garren irudia).
 ikusi besterik ez daukazu, AB-mugaldea zati berdiñetan ebakita,
 zati ori (neur-zatia) AD-puskan DE-puskan baño $2/3/4$ aldiz geiago
 sartzen bada,

AC-mugaldeko AE-puskan ere $2/3/4$ aldiz geiago sartuko dala,
 EC-puskan baño;

eta orregatik AD/DE eta AE/EC lerro-zatiek alkar-neurtzen dutela.

Bañan au argí-garbi adierazteko, bí gauza gogoan euki bear ditugu:

- 1) AD/DB lerro-zatiak bata besteagan kabitu leizkela.
- 2) Eta ba-leikela ez kabitzea.

Banaka aztertu ditzagun.

1) Bedí BR, bi lerro-zatien neurri bera. Neurri au AD-gañean iru aldiz, eta DB-gañean bi sartzen bada, berdintza au sortzen zaigu,
 $AD : DB :: 3 : 2$.

Onela irakurri ezazu, AD lerro-zatia DB lerro-zatiaren aldean, 3 neur-zati 2 neur-zatiren aldean ainbat dala. Edo laburkiago, AD DB-ren aldean, 3 2-ren aldean ainbat dala (I).

Zati-puntuetatik DE/BC lerroei beren bizkiak egiñik, AC-mugaldea bost zati berdinean egiten dezu (144). AE iru, eta EC bi; orregatik berdintza au dator, AE : EC :: 3 : 2.

Onela irakurri ezazuu, AE EC-ren aldean 3 2-ren aldean ainbat dala (II).

(I) eta (II) berdintzak bateratuaz, beste berdintza au dator, AD : DB :: AE : EC (III).

Onela irakurri, AD DB-ren aldean, AE EC-ren aldean ainbat dala.

2) AD/DB lerro-zatiak, bata bestearengan ez badira sartzen, errez atera genezake azalkizun au, 115 garren zenbakian (bigarren txatalean) bezela.

146. ONDOREA.— Bizkia egin diogun mugaldea oñarriztat artuta, berdintza au agertzen da:

Mugalde osoa, kontoi- ondoko (edo oñazpi ondoko) zatiaren aldean; beste mugalde osoak, kontoi-ondoko (edo oñazpi ondoko) zatiaren aldean ainbat dala.

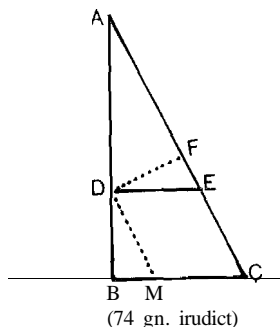
Izan ere, AD : DB :: AE : EC berdintzari begiratuaz, beste oyek

$$\text{azaltzen dira: } \frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE} \quad \text{eta} \quad \frac{AD + DB}{DB} = \frac{AE + EC}{EC} ;$$

$$\text{edo berdinean } \frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE} \quad \text{eta} \quad \frac{AD + DB}{DB} = \frac{AE + EC}{EC}$$

147. ALDERANTZIAN.— Irukiaren bi mugalde (alkar-neurtzen dutela) ebakitzen ditun lerro-zuzena, irugarren mugaldearen bizkia dezu.

Au esan nai degu: (74 garren irudia)



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \text{edo} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

DE BC-ren bizkia dala.

Baldin ez berlitz, DF-bizkia egiñik, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ izango litzake;

Bañan berdintza onek, eta aurretik gendunak $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

iru puntu berdín dituzten eskero, laugarrena ere berdiña dute; eta ortaz $AF = AE$ izango litzake, eta ori ezin diteken gauza ta. Orre-gatik DE BC-ren bizkia dezu.

148. AZALKIZUNA.— Iruki batean mugalde bati bere bizkia egi-ten bazaio, iruki txikiaren mugaldeak eta osoarenak, alkar-neurtuak dira.

Bedi DE-lerroa, BC-ren bizkia (74 garren irudia).

146 garren zenbakiko ondoreak díonez, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{EA}$ degu;

Orain egizu DM-lerroa, AC-ren bizkia, eta ondore arek berak dio-

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{MC} \quad \text{degu};$$

Bañan $BC = DE$ dan ezkeru,

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \text{ degu, eta baita } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \text{ ere.}$$

149. Lerro-zuzen **bizki-ezak** deritzate, batak mugalde batekin eta besteak bestearekin, zoko berdiñak egiten dituzten lerro-zuzenak. Lerro **bizki-ezak**, zoko bereko mugaldeak alde-erantzika edo atzez-aurre neurtzen dituzte.

Orregatik 74 garren irudian, AFD/ABC eta ADF/ACB zoko alkar-berdiñak baldin badira, AF/BC lerro bizki-ezak dituzu, A-zokoari buruz, eta ortaz,

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AF}{AD}, \text{ dezu.}$$

OARRA.—145 garren zenbakian ikusi degunez, 43 garren irudiko AB-lerroan egindako zatiak (bizkien artean daudelako) berdiñak dira; Baita AC-lerroan egindakoak ere, beren artean. Ortaz errez ulertuko dezu R-puntua BD-ren erdian dagoala, eta S-puntua CE-ren erdian.

Orain $\frac{AR}{AD} = \frac{BC}{DE}$ berdintzatik, beste au ateratzen degu:

$$\frac{AB-AD}{AB} = \frac{BC-DE}{BC} \text{ eta } \frac{BD}{AB} = \frac{BC-DE}{BC} \text{ (I)}$$

eta $\frac{AB}{AR} = \frac{BC}{RS}$ pdo $\frac{AB-AR}{AB} = \frac{BC-RS}{BC}$ edo $\frac{BR}{AB} = \frac{BC-RS}{BC}$ (II)

bañan (I) eta (II) berdintzetan, beko puntua berbera danez, eta goiko BR-puntuan $1/2BD$ don ezkeru, $BC-RS=1/2 (BC-D7)$ dezu, eta orregatik $BC-RS= 1/2 BC-1/2 DE$.

Azkeneko berdintzatik au ateratzen degu:

$$RS = -BC + 1/2BC - 1/2 DE;$$

$$RS = -BC + 1/2BC - 1/2DE$$

$$RS = BC - 1/2BC + 1/2DE;$$

$$RS = 1/2BC + 1/2DE;$$

$$RS = 1/2(BC + DE).$$

Baĥan BDEC laukia dezu, eta bizkiduna (73); onen oĥazpiak BC/DE dituzu;

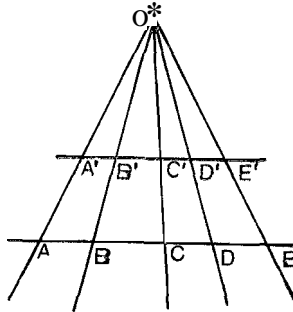
RS-lerroa oĥazpien bizki dezu, erdiko oĥazpia, erdiko bizkia;

RS-lerroak, BD/CE mugalde ez-bizkiak, beren erdi-erditan ikutzen ditu;

eta orregatik goiko berdintzak $RS = 1/2 (DC + DE)$ au adierazten digu:

Lauki bizkidun bertean, erdiko oĥazpia (erdiko bizkia) bi oĥazpien bildumaren erdia dala.

150. AZALKIZUNA.— Puntu batetik datozen lerro-zuzenek, bi lerro-



(7b qn. irudia)

bizki ebaki ezkeru, zati alkar-neurtuak egiten dituzte. (75 gn irudia)

Bitez $OA/OB/OC/OD$ O-puntutik datozen lerro-zuzenak; eta $AD/A'D'$ ebakitako lerro-bizkiak.

$$\frac{B}{B'} = \frac{BC}{B'C} = \frac{CO}{C'O'} \text{ dirala diogu.}$$

Izan ere $\frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{A'B'}$ dituzu, eta $\frac{OB}{OB'} = \frac{BC}{B'C'}$ (148);

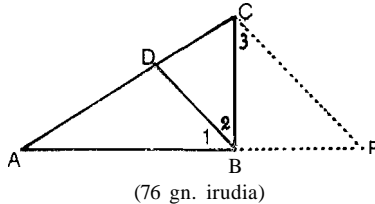
berdintza auetatik beste au dator $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$ (I)

Lra berean $\frac{OC}{OC'} = \frac{BC}{B'C'}$ dituzu, eta $\frac{OC}{OC'} = \frac{CD}{C'D'}$ (II)

Eta azken (I) eta (II) berdintzetatik, berri au dator: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$

151. ONDOREA.— Lerro-bizki batean egindako zatiak, alkar-berdiñak baldin badira, beste bizkiarenak ere berdiñak dituzu.

152. AZALKIZUNA.— Iruki batean lerro zoko-erdibitzalleak, zokoz-beste mugaldean egindako bi zatiek, eta iruki beraren beste bi mugaldeen, alkar-neurtzen dute, ain zuzen ere.



Bitez ABC-irukia eta BD-lerroa ABC-zokoaren erdibitzallea (76 garren irudia).

CE-lerroa (BD-ren bizkia) BE-punturaño luzatuaz, berdintza au dator $AD:DC:: AB:BE$.

(Onela irakurri: AD DC-ren aldean, AB BE-ren aldean ainbat dala). Bañan 1/4 zoko berdiñak dira, pare-zoko diralako (54); 2/3 berdiñak, zear-zoko diralako; 1/2 berdiñak, ala egin ditugulako; eta ortaz 3/4 ere berdiñak dituzu; baita BE/BC lerroak ere (71).

Orain goiko berdintza BE-ren ordez Bc jarriaz, beste au dator:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$

XVI GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Zokodi antz-kide^{polígono} semejante. Antzeko zokodiak. Zokodi berdintsuak.

Era-bereko mugalde = lado homólogo. Era berean jarria. Sentidu berean ipiñia.

ZOKODI ANTZ-KIDE EDO BERDINTSUAK

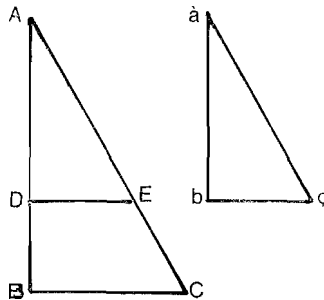
153. Zabalgune antz-kide edo berdintsuak esan oi dira, antz-itxura bera izanik, neurri bana dutenak.

154. Zokodi antz-kide edo berdintsuak dituzu, zoko berdiñak izanik, era-bereko mugalde alkar-neurtuak dituztenak.

155. OARRA.— Iruki berdintsuetan errezki ezagutzen da, zein diran era-bereko mugalde; beti zoko berdiñen parez-parean bait-daude.

Onela *bada*, ABC/abc alkarren antzeko iruki, eta A/a B/b C/c zoko alkar-berdiñak baldin badira, BC/bc AC/ac AB/ab era-bereko mugalde dituzu.

156. AZALKIZUNA.— Iruki botean mugalde bati bere bizkia egin ezker, iruki txikia aundiaren antz-kide dezu.



(77 gn. irudia)

Bitez ABC-irukia eta DE-lerroa, BC-ren bizkia (77 garren irudia).
 ABCE/ADE irukiek A-zoko bera dute; ADE-zokoa B-ren neurriko
 dezu,
 eta AED-zokoa C-ren neurriko, pare-zoko diralako.

Orretzaz gañera, (148) $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$ dituzu;

orregatik ABC/ADE iruki antz-kide edo berdintsu dituzu (154).

157. AZALKIZUNA. **Bi iruki cmtz-kide dituzu:**

- 1) **Bina zoko alkar-berdin baldin badituzte.**
- 2) **Zoko bana berdin izanda, zoko oyen mugaldeen alkar-neurtzen badute.**
- 3) **Era-bereko mugaldeen alkar-neurtzen badute.**

Izcm ere (77 garren irudia) AD lerro-zatia ab-lerroaren kideko izanik;

eta D-puntutik DE-lerroa, BC-ren bizkia, egin ezker;

ADE/obc iruki berdiñak dira (66); bañan ABC/ADE iruki antz-kide diranez. ABC/abc ere iruki antz-kide dituzu.

Ikusi ditzagun banaka azalkizun onen iru txatalak.

1) **Bina zoko berdin.**

A/a eta B/b zoko alkar-berdiñak.

Jartzazu AB-mugaldean ab-lerroaren neurriko AD-lerroa, eta egizu DE lerro-bizkia.

Begira orain ADE/abc irukiei:

AD/ab mugalde berdiñak dituzte (ala egin ditugulako);

A/a zoko berdiñak; ADE/b zoko berdiñak (biak B-ren neurriko diralako);

ADE/B zoko berdiñak (pare-zoko diralako); eta B/b zoko berdiñak.

Orregatik ADE/abc iruki berdiñak dira (66, 1);

eta ADE/ABC iruki antz-kide diranez (156), abc/ABC ere iruki antz-kide dituzu.

2) Zoko bana berdin, eta beren mugaldeak alkar-neurtzen dutela.

A/a zoko berdiñak, eta $\frac{AB}{ab} = \frac{AC}{ac}$ alegia. (AB ab-ren aldean, AC ac-ren aldean aínbat).

Artzazu AD ab-ren neurrikoa, egiozu DE-bizkia, eta berdintza au dator; $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ (148)

Bi berdintza auk, bata bestearen ondoan jarri itzazu:

$$\frac{AB}{ab} \sim \frac{AC}{ac} = \text{etQ} \sim \frac{AB}{AD} \sim \frac{AC}{AE}$$

eta lautik iru puntu berdiñak dituzten ezker, laugarrena ere berdiñ dezu, eta AE ac-ren neurriko gelditzen da. Ortaz ADE/abc iruki berdiñak dira (66, 3); bañan ADE ABC-ren antz-kide danez, abc/ABC ere antz-kide dituzu.

3) Era-bereko iru mugaldeak, alkar-neurtzen dutenak.

$$\frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc} = \frac{AC}{ac} \text{ alegia.}$$

(AB ab-ren aldean, eta BC bc-ren aldean; AC ac-ren aldean aínbat dirala).

Goiko txataletan bezela egink, $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ eta $\frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc}$ berdintzetatik, DE bc-ren neurriko dala agertzen da.

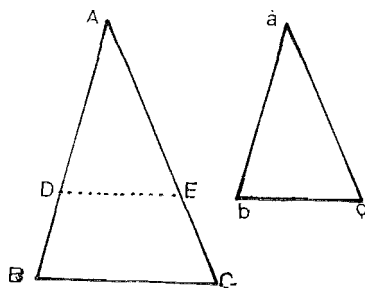
T, , $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ eta $\frac{AB}{ab} = \frac{AC}{ac}$, „ berdmtzetatik,

AE av-ren neurriko dala ikusten degu.

Ortaz ADE/obc iruki berdiñak dira, AD/ab DE/bc AE/ac alkar-berdiñak diralako (66, 4); bañan ADE/ABC antz-kide diran ezker, ADE/abc ere antz-kide dituzu.

158. AZALKIZUNA.—Bi iruki zoko-tentedun, antz-kide dituzu, beren bi zear-lerroek eta bina lerro-zutek alkar-neurtzen badute.

Azalkizun au argitzeko, gogoan artzazu 68 garren zenbakiko azalkizuna. (78 garren irudia)



(78 gn. irudict)

Bitez B/b zoko-tenteak, ABC/abc irukiak, eta

$$\frac{\text{---}}{ab} \quad \frac{\text{---}AC\text{---}}{oc} \quad (78 \text{ garren irudia}).$$

AD ab-ren neurriko artzazu, eta DE-bizkia egiozu, eta bi berdintza

auk datoz:

$$\frac{AB}{AD} \quad \frac{AC}{AE} \quad . \quad \frac{AB}{ab} \quad \frac{AC}{a.c}$$

Lautik iru puntu berdin dauzkatenez, AE/ac berdiñak dira.

Bañan ADE/abc iruki zoko-tentedunak dituzu; ADE/B pare-zoko berdiñak dira;

AE/ac eta AD/ab alkar berdiñak dira. Orregatik bi iruki berdiñak dituzu (68).

Eta ADE/ABC ontz-kide diran ezkerero, ADE/abc ere antz-kide dituzu.

159. AZALKIZUNA.—Bi iruki (beren mugaldeak alkar-tente, edo alkar-bizki, baldin badituzte) antz-kide dituzu.

Antz-kide, bi zoko berdin dituztelako (157, 1).

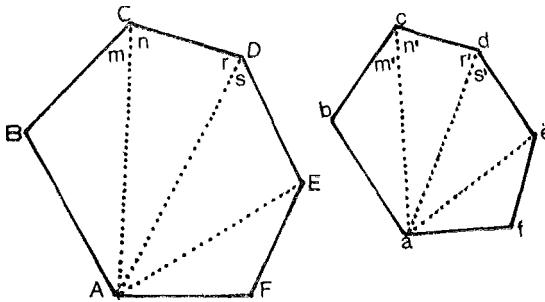
Iruki auk, izan ere, beren zoko guztiak alkar-berdiñak, ala alkar-betegarriak dituzte (59). Ori da legea. Bañan kaso ontan, ezin di-

tezke alkar-betegarri izan. (Lau zokoek lau tente balioko lituzteke. Sei zokoek balío dutena). Orregatik zoko berdiña dira, eta iruki antz-kide.

160. AZALKIZUNA.—Bi zokodi (batek baldin baditu, besteak aibat iruki berdintsu eta berdinki ipiñiak) antz-kide dituzu.

Agiri danez, zoko berdiñak izango lituzteke, eta alkar-neurtuko luteken mugaldeak (154).

Izan ere, ABC/abc ACD/acd iruki antz-kideak egiten baditugu, (79 garren irudia)



(79 gn. irudia)

B/b zoko berdiñak dira; baita m/m' eta n/n' ere, C/c ; Baita r/r' eta s/s' D/d ; eta orrela gañerantzekoak ere.

Orobat ABC/abc iruki antz-kide diralako, $\frac{AB}{ab} \quad \frac{BC}{bc} \quad \frac{AC}{ac}$ dira;

eta ACD/acd iruki antz-kide diralako, $\frac{AC}{ac} \quad \frac{CD}{cd} \quad \frac{AD}{ad}$

Bi sail oyetatik beste berdintza au dator $\frac{AB}{ab} \quad \frac{BC}{bc} \quad \frac{AD}{ad}$

eta abar.

Ortztz bi zokodi auek, zoko berdiñak dituzte, eta alkar-neurtzen duten mugaldeak.

Orregatik iruki antz-kide dituzu (154).

161. ALDERANTZIAN.—Bi zokodi antz-kide, berdin ipiñitako iruki antz-kidetan zotitu genezazke.

ABCDEF/abcdef zokodi antz-kide diralako, B/b zoko berdiñak dira,

$$\text{eta } \frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc}$$

(79 garren irudia) (AB ab-ren aldean, BC bc-ren aldean ainbat dezu).

ABC/abc iruki berdintsuak dituzu, beraz (157, 2);

eta orregatik m/m' zoko berdiñak dira;

Bañan zokodi berdintsuak diralako, C/c zoko berdiñak dira.

C-ri kenduiozu m, c-ri m', eta n n'-ren neurriko gelditzen da.

$$\text{Orobat, } ABC/abc \text{ iruki antz-kide diranez } \frac{RC}{bc} = \frac{AC}{ac} \text{ dezu.}$$

(Onela irakurri: BC bc-ren aldean, AC ac-ren aldean ainbat dala).

$$\text{Eta zokodi berdintsuak diralako, } \frac{RC}{bc} = \frac{CD}{cd} \text{ dezu.}$$

(Onela irakurri: BC bc-ren aldean, CD cd-ren aldean ainbat dala).

Berdintza ontatik, eta n-zokoa n'-ren neurriko dala ikusiaz,

ACD/acd iruki antz-kide dirala agiri da.

Eta era ortantxe azalduko genduke, gañerako iruki guztien antz-ki-detasuna.

162. AZALKIZUNA.—Alkar-ainbat mugalde dituzten, neur-bateko zokodiak, antz-kideak dituzu.

Errez ulertzen bait-da,

154 garren zenbakiko baldintzak bete-beteian osatzen dirala.

Izan ere, zoko berdiñak dituzte (85);

zokodi bakoitzaren mugalde guztiak berdiñak dira,

eta zokodi batenak besterenakin alkar-neurtzen dute txit egoki.

Orregatik zokodi ant-kide dituzu.

XVII GARRENİKASKAIA

Itz bereziak

Errañu=proyección (rayo), distancia arrojada. Ikusi 163 garren zenbakia. Oyen arteko neurpena=medio proporcional entre estos.

Bikondetua=elevado a la segunda potencia. BigaTren einera jaso. El cuadrado de A es igual al cuadrado de B. = A-bikondetua B-bikondeturen neurriko da.

Irukondetua=elevado al cubo. Irugarren einera iasoa.

Laukondetua=elevado a la cuarta potencia.

Bi-alako=el doble. Ura bi aldiz.

Iru-alako=el triple. Ura iru aldiz.

Lau-alako=el cuódruplo. Ura lau aldiz.

Alkar-aldiztu=multipliar ©ntre sí. El producto de AB por CD, AB/CD alkar-aldiztuak.

Bigarren eineko erroa=raiz cuadrada. Raiz de la segunda potencia.

Batu=sumar. Aunar. Sume Ud. los' dos lados. BÍ mugaldeak batu itzazu.

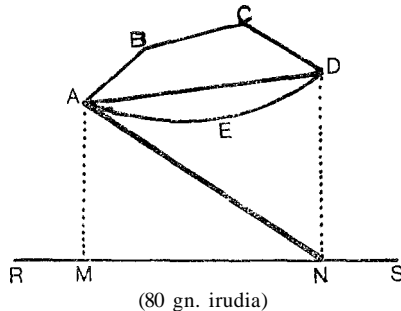
Kendu=restar. Quitar. V. gr.: 400 menos 100. 400-ni 100 kendu.

Ainbat izan=equivaler.

IRUKI ANTZ-KIDEAK ETA OYEK DAKARZKITEN ZENBAIT ONDORE

163. Zer da lerro baten **Errañu**?

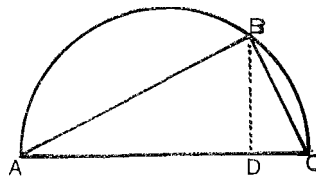
Egizkizu lerro orren muturretatik, bi lerro-tente lerro-zuzen batera; eta oyek lerro-zuzenean artzen duten zatia, ori dezu lerro aren **Errañu**.



Orrela (80 garren irudia) MN lerro-zuzena ABCD-ren, eta AD-ren, eta AD-ren, eta AN-ren errañu dezu, RS lerro-zuzenera bialdua.

164. AZALKIZUNA.—Zoko-tentedun irukian, zoko-tentearen kan-toitik zear-lerrora egiten badiogu lerro-tentea:

- 1) Lerro-zut bakoitza, bere errañuaren eta zear-lerroaren arteko neurpena dezu.
- 2) Lerro-zuta bikondetua (bigarren einera jaso), bere errañua eta zearra alkar-aldiztuak ainbat dezu.
- 3) Lerro-zut bikondetuek eta beren errañuek (zear-lerrora dijoazte-
nek) alkar-neurtzen dute.
- 4) Zear-lerroari egindako tentea, zear-zatien arteko (edo bi zuten errañuen arteko) neurpena dezu.



(81 gn. irudia)

1) ABC/ABD irukiek bientzat dute A-zokoa (81 garren irudia); ABC/ADB zoko berdiñak dira (tenteak); orregatik iruki antz-kide dituzu(157, 1).

Lenengo irukian AC, eta bigarrengoan AB, era-bereko (bide edo sentidu bereko) dituzu;

baita AB (lenengoan) eta AD (bigarreanean) ere.

Orobat ABC/DBC iruki antz-kide dituzu; C-zoko bera dute biak, eta ABC/DBC zoko berdinak dira (tenteak); lenengo irukian AC eta bigarreanean BC, era-bereko dituzu; baita BC (lenengoan) eta DC (bigarrengoan) ere.

Ortaz, lenengo txatalean ageri danez,

$$\begin{array}{cc} AC & AB \\ AB & AD \end{array} \text{ eta } \frac{AC}{BC} = \frac{BC}{DC} \text{ dituzu.}$$

2) Berdintza auetatik, bestea dator: $AB^2 = AC \times AD$ dala.

Irakurri onela:

AB bigarren eina (edo AB-ren bikondea)

AC/AD alkar-aldiztuak ainbat dala.

Baita beste berdintza au ere: $BC^2 = AC \times DC$ dala.

Onela irakurri: BC bigarren eina (edo BC-ren bikondea) AC/DC alkar-aldizturik ainbat dala.

3) Berdintza auetatik, beste au dator:

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{AC \times AO}{AC \times DC}, \quad \text{baita au ere:} \quad \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AD}{DC}$$

4) ABD/CBC iruki antz-kide dituzu, ABC-ren antz-kide diralako; AD (ABD-irukian) eta BD (CBC-irukian) era-bereko lerro dituzu; baita BD (lenengoan) eta DC (bigarrenean) ere.

„ „ AD BD „
Orregatik $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{DC}$ dituzu, 4 garren txatalean esan deguez.

ONDOREAK.—Makobillaren puntu baietik zil-lerroari tentea egin ezker, eta zil-lerroaren ertzetatik bi ari: (81 garren irudia) (118, 2).

1) **Ari bakoitza, zil-lerroaren eta onen errañuaren arteko neurpena dezu.**

2) **Ari bikondetua, zil-lerroa eta arek oni egiten dion erroñua alkar-aldizturik ainbat dezu.**

3) **Ari bikondetuek, eta berak zil-lerroan egindako errañuek, alkar-neurtzen dute.**

4) **Lerro-tentea, zil-lerro zatien arteko neurpena dezu.**

165. PITAGORAS'EN AZALKIZUNA.—Zoko-tentedun irukian zear-lerro bikondetua, bi lerro-zut bikondeiuk ainbat dezu.

Izan ere (81 garren irudia) (164, 2)

B zoko-tende dun ABC-irukian, $AB^2 = AC \times AD$ dezu, eta $BC = AC \times DC$.

(Onela irakurri: AB-bikondetua, AC AD-aldiz ainbat, eta BC-bikondetua AC DC-aldiz ainbat dala).

Bi berdintza auetatik, au dator:

$$AB^2 + BC^2 = AC \times AD + AC \times DC = AC (AD + DC) = AC \times AC = AC^2.$$

Onela irakurri:

AB/BC bikodetuak, AC AD-aldiz eta AC DC-aldiz ainbat dirala; edo berdin dana, AC AD/DC-aldiz ainbat; edo AC AC-aldiz; edo AC^2 (AC-bikondetua).

Ortaz $AC^2 = AB^2 + BC^2$ dezu (AC-bikondetua, AB/BC bikondetuak ainbat dezu).

Edo berdin dana: **Zear-lerro bikondetua, bi lerro-zut bikondetuak ainbat dezu.**

166. ONDOREA.— Azken-berdintza ontatik, beste au dator $AB^2 = AC^2 - BC^2$.

(AB-bikondetua, AC-bikondetuari BC-bikondetua kendu, eta ori ainbat dala).

Berdintza ontatik berriz, beste au dator: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

(Onela irakurri:

AC-lerroa, AB/BC bikondetuen bigarren eineko erroa ainbat dala).

Baita beste au ere: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$ (Onela irakurri:

AB-lerroa, AC-bikondetuari BC-bikondetua kendu, eta orren bigarren eineko erroa ainbat).

Ortaz,

I) Lerro-zut bat bikondetua, zear-bikondetuari beste zut-bikondetua kendu, eta ori ainbat dezu.

II) Zear-lerroa, zut-bikondetuen bigarren eineko erroa ainbat dezu.

III) Lerro-zut bat, zear-bikondetuari beste zut-bikondetua kendu, eta orren bigarren eineko erroa ainbat dezu.

167. AZALKIZUNA.— **I) Zoko-úikidun irukian, zoko-irikiaren bestaldeko mugalde-bikondetuak zenbat balio?**

Batetik, beste mugalde-bikondetu biak-bat egin itzazu; bestetik, mu-

galde baten bi-alakoa eta besteagandiko errañoa, alkar-aldiztu itzazu; eta oyek biek ainbat balio.

**II) Edozein irukian, zoko-estuaren bestaldeko mugalde-bikonde-
tuak zenbat balio?**

**Batetik, batu itzazu beste mugalde-bikondetuak; bestetik, mugalde
baten bi-alakoa eta besteagandiko errañoa alkar-aldiztu itzazu; eta
berti bestea kenduta, ori balio.**

1) Bedi ABC-irukia, eta C zoko-irukia (84 garren irudia).

AC-mugaldea luzatuaz, eta orren tentea BD egiñik, ABD zoko-ten-
tedun irukian bendintza au dator (165): $AB^2 = AD^2 + BD^2$ (AB-
bikondetua AD/BD bikondetuak ctinbctt).

Bañan $AD^2 = (AC + CD)^2 = AC^2 + 2AC \times CD + CD^2$;

eta $BD^2 = BC^2 - DC^2$.

Ortaz $AB^2 = AC^2 + 2AC \times DC + DC^2 + BC^2 - CD^2$; edo berdin
dana,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2AC \times CD$.

Onela irakurri:

Zoko irukiaren bestaldeko mugalde bikondetuak (AB^2) zenbat balio?
Beste mugalde bikondetuak batu itzazu ($AC^2 + BC^2$).

Mugalde baten bi-alakoa ($2AC$) eta bestegandiko errañoa (CD).
alkar-aldiztu itzazu ($2AC \times CD$) etct biak ainbat ($AC^2 + BC^2 + 2AC$
 $\times CD$) balio.

2) Bedi C zoko-estua (83 garren irudia).

Egizu BD, AC-ren tentea, eta ABD-irukian berdintza au dator:

$AB^2 = AD^2 + BD^2$; bañan $AD^2 = (AC-DC)^2 = AC^2 - 2AC \times DC \times$
 DC^2 ;

eta $BD^2 = BC^2 - DC^2$; ortaz $AB^2 = AC^2 - 2AC \times DC + DC^2 + BC^2 -$
 DC^2 ; edo berdin dana,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times CD$.

Onela irakurri:

Zoko estuaren bestaldeko mugalde bikondetuak (AB^2) zenbat balio?
Beste mugalde bikondetuak batu itzazu ($AC^2 + BC^2$).

Mugalde baten bi-alakoa ($2AC$) eta besteagandiko errañoa (CD)
alkar-aldiztu itzazu ($2AC \times CD$) eta bati beste kenduta ($AC^2 + BC^2$
 $- 2AC \times CD$) ori balio.

168. ONDOREAK.

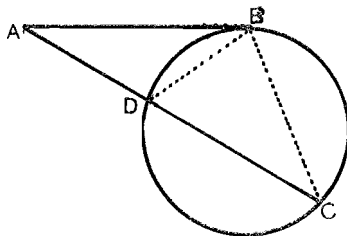
I) Zoko-tentedun irukian onen bestaldeko mugalde bikondetua, beste bi bikondetuak ainbat dezu.

II) Zoko-irigidun irukian onen bestaldeko mugalde bikondetua, beste bi bikondetuak baño auncliagoa dezu.

III) Zoko-itxidun irukion onen bestaldeko mugalde bikondetua, beste bi bikondetuak baño txikiagoa dezu.

Eta ori bera alderontzian (10).

169. AZALKIZUNA.— Makobillaz kanpoko puntu batetik bi lerro-zuzen egin ezker, bata iku-lerroa (doi makobilla ikutzeraño), eta bestea epai-lerroa (doi makobilla bitan ebakitzerano); iku-lerroa, epai-lerroaren eta onen kanpo-zotiaren arteko neurpena dezu.



(82 gn. irudia)

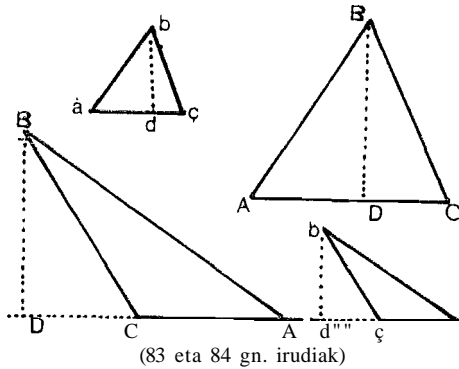
Bitez AB iku-lerroa eta AC epai-lerroa (82 garren irudia).

B/C/D puntuak lerro-zuzenetaz lotu ezker, ABC/ABD iruki antz-kide dituzu, A zoko bera dutelako, eta ACB/ABD zoko berdiñak diralako.

Ortaz, AC/AB era-bereko lerroak diranez (ABC/ADB zoko berdiñen bestaldeko mugalde dira)

bendintza au dator: $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}$ —Guk adierazi nai genduana.

170. AZALKIZUNA.— Iruki antz-kideen goibe-oñazpiek alkar-neurtzen dute.



Izan ere, naiz goíbea irukien barruan gelditu (83 garren irudia),
 naiz kanpoan (84 gn), bi iruki zoko-tentedun egin genezazke ABD/
 abd, biak antz-kide,

ADB/adb zoko berdññak diralako (tenteak),
 eta A/a zokoak ere (ABC/abc antz-kide baít-dira) berdññak diralako.

Ortaz, ABC/abc antz-kide diranez, berdintza au dator,
 $AB : ab :: AC : ac$ (AB ab-ren aldean, AC ac-ren aldean ainbat).

Eta ABD/abd antz-kide diranez, beste berdintza au dator,
 $AB : ab :: BD : bd$ (AB ab-ren aldean, BD bd-ren aldean ainbat).

Azkenik bi berdintza auetatik, beste au dator:
 $AC : ac :: BD : bd$ (AC ac-ren aldean, BD bd-ren aldean ainbat
 dezu).

Adierazi nai genduana.

XVIII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Irudi-antolatze=problema gráfico. Elaboración de determinada figura.

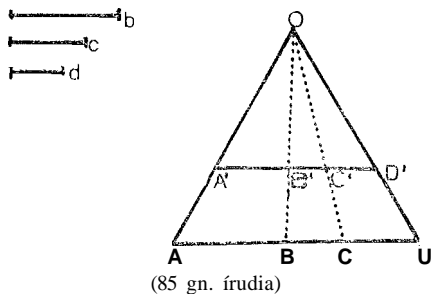
Zatitu=dividir.

Neurri ama-semeak=medidas relacionadas entre sí, como media y extrema razón. Ikusi ezazu '176 garren zenbakia.

ZENBAIT JEOMETRI-IRUDI ANTOLATZEA ETA BESTE ARKIGARRIAK

171. LENENGO IRUDI-ANTOLATZEA.— **Zatitu ezazu lerro-zuzen bat, zati auek eta len emanak alkar-neurtu dezaten eran.**

Bitez a lerro-zuzena eta $b/c/d$ lendik emandako zatiak (85 garren irudia).



Edozein neurriko lerro-zuzenean, artu itzazu iru zati ($AB = b$, $BC = c$, eta $CD = d$).

Iru zati oyen luzeroko lerroa (AD) mugalde dalarik, egizu OAD iruki mugakidea.

Artu itzazu orain bi lerro berdín (OA' eta OD'), biak a-lerroaren neurriko;

eta egin iru lerro-zuzen $A'D'/OB/OC$.

Or sortzen diran lerroak $A'B'/B'C'/C'D'$ a-lerroaren zati dituzu, eta $b/c/d$ lerroekin alkar-neurtzen dutenak.

Izan ere $OA = OD$ eta $OA \wedge OD'$ diranez, $A'D'$ -lerroa OA/OD lerroan alkar-neurpen dituzu;

orregatik $A'D'/AD$ alkar-bizki dira, eta $AOD/A'OD'$ iruki antz-kide.

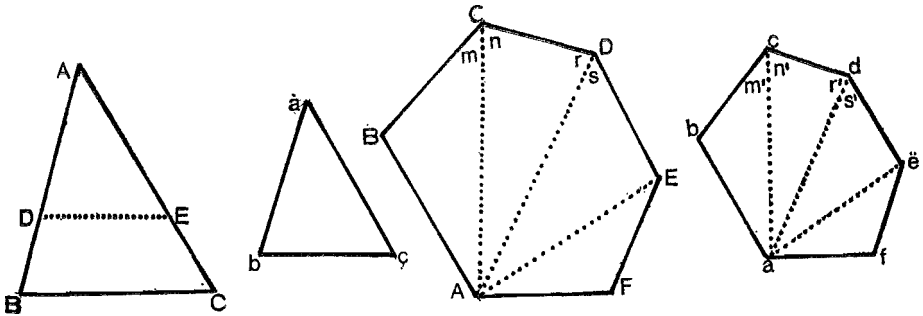
Bestetik, OAD irukide mugakide danez, $A'D'$ ere iruki mugakide dezu,

eta $A'D'$ -lerroa a -ren neurriko.

Bañan $A'B'/B'C'/C'D'$ lerro-zatiek, eta $AB/BC/CD$ len emandakoek alkar-neurtzen dutelako, a -lerroaren zatiek eta $b/c/d$ len emandakoek alkar-neurtzen dute (150).

172. OARRA. Lerro-zuzen bat zati berdiñetan ebakitzeko, artu itzazu AD -lerroan $AB/BC/CD$ eta abar zati berdiñak; egizu aurrekoaren erako irudia, eta $A'B'/B'C'/C'D'$ eta abar, zati berdiñak dituzu (151).

173. BIGARREN IRUDI-ANTOLATZE.— **Iruki (edo beste zokodi) bñt aurrecm dezula, aren mugalde baten era-bereko lerroa ematen badizute, nola egingo zenduke, aren ants-kideko iruki edo zokodia?**



(86 eta 87 gn. irudiak)

1) Bitez ABC -irukia eta bc BC -ren era-bereko lerro-zuzena (86 garren irudia).

Egizkizu (b/c mutur-ertzetan) B/C zokoan beste berdiñak;

eta sortzen dcm abc -irukia, ABC -ren antz-kide dezu (157, 1).

2) Bitez ABCDEF zokodia eta af AF-ren era-bereko lerro-zuzena (87 garren irudia).

ABCDEF-zokodian, egizkizu ABC/ACD eta abar irukiak;

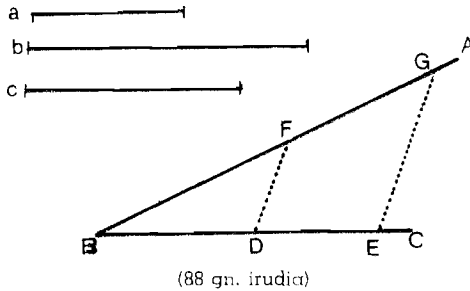
eta, AF-ren era-bereko af mugalde dalarikan, egizu aef-irukia, AEF-ren antz-kide.

Orain, AE-ren era-bereko ae mugalde dalarikan, egizu aed-irukia, AED-ren antz-kide;

Osa-itzazu onela beste iruki guztiak;

eta ortik sortzen dan abcdef zokodia, ABCDEF-ren antz-kide dezu (160).

174. IRUGARREN IRUDI-ANTOLATZE.— Iru lerro-zuzen dituzula, arkitu ezazu ayen arteko neurpen litzaken laugarrena.



Bitez a/b/c emandako lerro-zuzenak (88 garren irudia).

egizu zoko edozein bat; eta BC-mugaldean artzazu BD-zatia, a-ren neurrikoa.

Artzazu urrena BE-zatia b-ren neurrikoa; eta BA beste mugaldean, artzazu BF-zatia, c-ren neurrikoa.

Egizu orain DF-lerroa, eta E-puntuan egizu ere EG-lerroa, DF-ren bizkia.

BG-zatia, emandako iru lerro-zuzenen neurpen dezu, ain zuzen ere.

DBF/EBG iruki antz-kide dituzu, eta onela alkar-neurtzen dute, $BD : BE :: BF : BG$ (Onela irakurri: BD BE-ren aldean, BF BG-ren aldean ainbat da).

Beraz, beste berdintza au dator,

$a : b :: c : BG$ (a b-ren aldean, c BG-ren aldean ainbat dezu).

175. LAUGARREN IRUDI-ANTOLATZE.— Bi lerro-zuzen izanda, arkitu ezazu oyen ctrteko neurpena.

* ————— á ————— 4

A c U
(89 gn. irudia)

Bitez a/b lerro-zuzenak (89 garren irudia).

Egizu AB lerro-zuzena a aundienaren neurriko; eta ori zil-lerro dezularik, egizu makobil-erdi bat.

Artzazu zil-lerro ortan AC lerro-zatia, b-ren neurrikoa; jaso ezazu C-puntuan CD-lerroa, AB-ren tentea; eta A/D alkar-lotuaz, or dezu AD-lerroa, bien neurpena.

Izan ere, 164 garren zenbakiaren ondorean agiri danez,

AB	AD	
AD	AC	dezu.

Onela irakurri: AB AD-ren aldean, AD AC-ren aldean ainbat dezu.

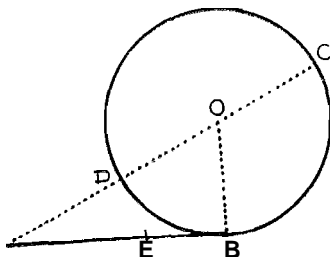
Orregatik beste berdíntza au datorkigu:	a	AD
	AD	b

Onela irakurri: a AD-ren aldean, AD b-ren aldean ainbat dezu.

176. NEURRI AMA-SEMEAK.— Noiz diogu lerro-zuzen batek neurri ama-seme ditula?

Lerro-zuzenaren zatirik aundiena, lerro osoaren eta zati txikiaren arteko neurpen danean.

177. BOSGARREN IRUDI-ANTOLATZE.— Egizkiozu lerro-zuzen bati neurri ama-semeak.



(90 gn. irudía)

Bedi AB lerro-zuzena (90 garren irudia).

Lerro onen B-ertzean, jaso ezazu BO-lerroa, AB-ren tentea, eta AB-erdiaren neurrikoa;

orain BO-lerroa zillerditzat artuaz, egizu makobilla;

eta A-puntutik O-zear C-punturaño, egizu AC epai-lerroa.

Artzazu urrena AB-lerroan AE-zatia, AD-ren neurrikoa;

eta E-puntutik ondo ebaki dezu AB-lerroa.

Izan ere, 169 garren zenbakiak esaten digunez,

$$\begin{array}{l} \text{berdintza au dator} \quad \begin{array}{cc} AC & AB \\ AB \sim & AD \end{array} \end{array}$$

(Onela irakurri: AC AB-ren aldean, AB AD-ren aldean ainbat dala).

$$\text{Ortaz, beste berdintza au sortzen da:} \quad \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AD}$$

bañan AB bi-OB dan ezker, DC-ren neurriko dezu, eta AD AE-ren neurriko.

$$\text{Orregatik beste berdintza au datorkigu} \quad \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{AD} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AD}$$

Onela irakurri:

AC-ri CD kenduta, AB-ren aldean,
AB-ri AD kenduta, AD-ren aldean ainbat dezu.

	A E	E B
bta orren berdm dana	AB	AE

Onela irakurri: AE AB-ren aldean, EB AE-ren aldean ainbat dezu.

	AB	EB
Eta azkenik berdintza ortatik, beste au dator:	AE	AE

Onela irakurri: AB AE-ren aldean, AE EB-ren aldean ainbat bala (176).

178. ZENBAIT ARKIGARRI. I) Iruki zoko-tentedunaren bi mugaldean luzea izanik, arkitu ezazu irugarren mugaldearen luzea.

Mugalde ezagunak zutak baldin badira, eta batek 3 metro ditula eta besteak 4, jakin ezkerro, zeai"-lerroari a/ deituaz (166, 2) berdintza au datorkigu:

$$32 + 42 = \quad / 9 + 16 = \quad / 25$$

Onela irakurri:

Izan ere a/, iru bikondetuari lau bikondetua jarri, eta orren bigarren eineko erroa ainbat dezu.

Au da, bederatzi-ri amasei jarri, eta orren bigarren eineko erroa ainbat dezu.

Au da, ogei ta bosten bigarren eineko erroa ainbat dezu.

Au da, bost dezu.

Zear-lerroak 5 metro ditula, eta zut batek 3 ditula baldin badakigu, beste zutari b deituaz, berdintza au datorkigu:

$$b = 1// 5^2 - 3^2 = 11 / 25 - 9 = 11 / 16 = 4.$$

Onela irakurri:

Izan ere b, bost-bikondetuari iru-bikondetua kendu,
eta orren bigarren eineko erroa ainbat dezu.

Au da, ogei ta bost'i bederatzi kendu,
eta orren bigarren eineko erroa ainbat dezu.

Au da, amasei-ren bigarren eineko erroa ainbat dezu.

Au da, lau dezu.

179. BIGARREN ARKIGARRIA.— Iruki boten nuigaldeen luzea jakikiñik, arkitu ezazu nolako irukia dan: zoko-tenteduna, irikiduna ala estuduna.

Mugalderik aundiena b́kondeturik,
beste bi bikondetuak ainbat baldin bada,
iruki zoko-tenteduna dezu;
beste biak bikondetuak baño luzeago baldin bada,
iruki zoko-estuduna dezu.

Orrela, mugalderik aundienak 5 metro, eta besteak 3 eta 4 baldin badituzte, iruki zoko-tenteduna dezu.

Bost bikondetua (5^2) iru eta lau bikondetuak ainbat dalako ($3^2 + 4^2$); ogei ta bost, bederatzi eta amasei ainbat dalako.

Mugalde aundienak 4 metro, eta besteak 2 eta 3 baldin badituzte, iruki zoko-estuduna dezu.

Lau bikondetua (4^2) bi eta iru bikondetuak baño geiago dalako ($3^2 + 2^2$); amaseí, bederatzi eta lau baño geiago dalako.

Mugalde aundienak 6 metro, eta besteak 4 eta 5 baldin badituzte, iruki zoko-irikiduna dezu.

Sei bikondetua (6^2) lau eta bost bikondetuak baño gutxiago dalako ($5^2 + 4^2$);

ogeí ta amasei, ogeita bost eta amasei baño gutxiago dalako.

XIX GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Barren-zokodi = polígono inscripto. Ikusi 180 garren zenbakía.

Kanpo-zokodi=polígono circunscripto. Ikusi 180 garren zenbakia.

Berrun-lerroa = apotema. Línea apotemal. "Apotema" izeneko lerroa, berunaren cmtzeko da. Igeltseruen berun-anaren antzeko.

BARREN-ZOKODIAK ETA KANPO-ZOKODIAK

180. Barren-zokodi esan oi da, makobil-barruan (bere kantoi guztiak makobilla ikutzen dutela) dagoana.

Kanpo-zokodi berriz, makobillez-kanpoan (bere mugalde guztiak makobíllaren iku-lerro dirala) dagoana.

Edozein **iruki** izan diteke barren-zokodi; baita kanpo-zokodi ere.

Batetik, makobillak aren iru kantoiak ikutu dezazkelako; eta bestetik, aren bi zoko-erdibitzalleak makobil-bíotza markatzen dutelako;

iru mugaldeak ikutuko ditun makobillaren biotza.

Laukia izan diteke barren-zokodi;

bere parez-pareko zokoak, alkarren betegarri diranean.

Baita kanpo-zokodi ere;

bere parez-pareko bi mugaldeak, beste parez-pareko biak ainbat diranean.

Gañerantzean, zokodi bat noiz barrenge, noiz kanpoko dan, zúrki jakiteko, ikusi ezazu neur-bateko dan, ez dan.

181. AZALKIZUNA.— Neur-bateko edozein zokodi:

1) **Makobulan sar-diteke (barren-zokodi izan diteke).**

2) **Makobilla sar-leikiok (kanpo-zokodi izan diteke).**

1) Bedi ABCDE zokodia (91 garren irudia).

Makobilla iru A/B/C kantoi oyetatik pasa diteke noski.

Lotu ezazu O-biotza A/D puntuekin; eta egizu OM-lerroa, BC-ren tentea.

Tolestu ezazu OMBA-laukia OMBD-ren aldera, OM-lerrotik; eta MZ-zatia CD-ren gañera dator (berdiñak diralako) (101, 3).

Orobat, BA-mugaldea CD-ra dator, B/C zoko berdiñak diralako; eta A D-ren gañera, neur-bateko zokodi-mugaldeak diralako.

OD/OA berdiñak dituzu (zillerdi diralako); eta A/B/C puntuak ikutzen ditun makobillak.

baita D-puntua ikutzen du ere.

Ori bera adierazi genezake, beste kantoiei buruz; orregatik, barren-zokodi dezu.

2) AB/BC eta abar ariek, O-biotzera tarte bera daukate, ínguru-makobillaren ari berdiñak diralako;

ortaz, tarte au zillerdi OM dalarik, egizu makobil bat.

Makobil orrek mugaldeen lerro-tenteak mutur-muturretan ikutuko ditu.

Orregatik, kanpo-zokodi dezu.

182. Neur-bateko zokodiaren **biotz**, bere kanpoko edo barrengo makobillaren biotza dezu.

Neur-bateko zokodiaren **zillerdi**, kantoiak eta biotza lotzen dituzten lerro-zuzenak.

Neur-bateko zokodiaren **berun-lerro**, biotzetik mugaldetara dijoazten lerro-tenteak.

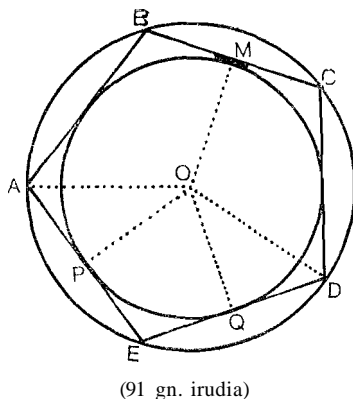
Zokodi-zati esan oi da, bi zillerdien eta zenbait mugaldeen arteko zokodi-puska.

Zokodi-zatiaren **oñazpi** esan oi da, mugalde auek egiten duten ingurumen-puska.

91 garren zenbakian agiri dan irudia, neur-bateko zokodi dezu.

OA/OD zillerdi dituzu; OM/OP/OO berun-lerro.

OABCDO-puska zokodi-zati dezu, eta ABCD bere oñazpia.



183. ONDOREAK

I) **Neur-bateko zokodiaren zillerdiak, guztiak berdiñak dira; baita berun-lerroak ere.**

Zillerdiak, kanpo-makobillaren zillerdi diralako; eta berun-lerroak, barren-makobillaren zillerdi.

II) **Segidako zillerdiek biotzeraño egiten dituzten zokoak, berdiñak dira.**

Mako berdiña dagokielako (103, 3).

III) **Neur-bateko zokodiaren biotzera egindako zoko batek $\frac{4T}{n}$ balio.**

Irukiaren biotz-zokoak $\frac{4T}{3} \text{ balio } \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$.

Onela irakurri:

Irukiaren biotz-zokoak, lau zoko-tente iru-ren artean balio; iureun ta irurogei malla iru-ren artean; eun ta ogei malla.

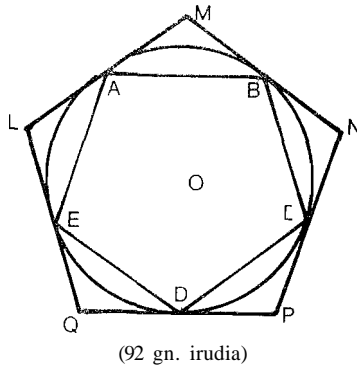
Laukiaren biotz-zokoak $\frac{4T}{4} \text{ balio } \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$.

Onela irakurri:

Laukiaren biotz-zokoak, lau zoko-tente lauen artean ainbat balío; zoko tente bakarra, alegia; larogei ta amar malla.

184. AZALKIZUNA.— Makobil osoa, iru-lau edo geiago mako berdín egin ezkeró:

- 1) Zati-puntuetako ariek, iru-lau edo geiago mugalde ditun, neur-bateko barren-zokodia egiten dute.
- 2) Zati-puntuetara egindako iku-lerroek, iru-lau edo geiago mugalde ditun, neur-bateko kanpo-zokodia egiten dute.
- 3) Mako oien erdietara egindako iku-lerroek, iru-lau edo geiago mugalde ditun, neur-bateko kanpo-zokodia egiten dute.



1) Makobil osoa bost mako berdín egin ezkeró (92 garren irudia), AB/BC eta gañerako ariak neurri-bereko dira (106); orregatik orko barren-boskia mugakide dezu. Orretzaz gañera, A/B/C eta gañerako zokoak, berdiñak dira, bakoitzak makobillaren iru bosten artzen ditulako. Beraz, ABCDE-zokodia (boskia), mugakide eta zokokide dan ezkeró, neur-bateko dezu (79).

2) A/B/C eta beste zati-puntuetatik (92 garren irudia), LM/MN eta gañerako iku-lerroak egin ezkeró, AB/BC eta gañerako ariak, neurri-bereko dituzu (106); bañan MAB/MBA/NBC/NCB eta gañerako zokoak, berdiñak diranez(118).

AMB/MNC eta gañerako irukiak, bikide eta neurñ-bereko dituzu.

Orregatik AM/MB/BN etct gañerako mugaldeak, berdiñak dira; baita LM/MN eta besteak ere, bina zati berdin dituztelako; orretzaz gañera, L/M/N eta beste zoko guztiak, berdiñak dira, iruki berdiñak diralako.

Beraz LMNPO kanpo-zokodia (boskia) neur-bateko dezu, mugakide eta zokokide dalako.

3) Bost mako berdin baldin baditugu (ab/bc eta abar) (93 garren irudia); eta beren erdi-puntuetan (1/m/n eta abar) iku-lerroak egin ezkerro, mako berdiñen zati-puntuetatik egiñak izango lirake, goiko txatalean bezela; eta orregatik ABCDE kanpo-zokodia, mugakide eta zokokide danez, neur-bateko dezu.

OARRA.—Goiko irugarren txatalean, OS-zillerdia AE-ren tentea dezu (103.); baita ae-ren tentea ere, S-puntua ae-makoaren erdian baitdago(101).

Orregatik AE/ae lerro-bizkiak dituzu.

Orobat, OA-lerroa SAI-zokoaren erdibitzalle dezu (140, 2); eta lerro ortatik OAI-zokoa tolestuaz, 1-puntua S-ren gañera dator(104, 1), eta a1/aS zokoek bat-egiten dute, berdiñak diralako.

Beraz, OA-lerroa SI-makoaren erdian gelditzen da, barren zokodiaren a-kantoiak ikutuaz.

Azkenik, eta oraindaño esana degunez, AOE/aOe irukietan, ae/AE mugaldeak, bata barren-zokodiaren, eta bestea kanpo-zokodiaren mugalde dituzu, eta biak beren artean bizkiak. Orregatik iruki antz-kide dira.

Esan genezake beraz, aztertzen degun irudiari begiratuaz,

Barrengo eta kanpoko zokodien mugaldeak, alkar-bizkiak dirala; bi zokodi oyen biotza eta pareko kantoiak, lerro-zuzenean arkitzen dirala;

Eta bina mugalde bizkiek (bina bertako zillerdiekin) egiten dituzten irukiak, beren artean alkarren antz-kide dirala.

185. AZALKIZUNA.

I) Bi zokodi antz-kideen ingurumenek, eta beren era-bereko mugaldek, alkar-neurtzen dute.

II) Neur-bateko bi zokodien ingurumenek (mugalde sail bera izanik) eta beren zillerdiek, edo beren berun-lerroek, alkar-neurtzen dute.

1) Zokodi baten mugaldee $L/L'/L''$

eta beste zokodiaren mugaldee $l/l'/l''$ deitu ezker, era-bereko mugalde baldin badira, eta iruki antz-kide diranez,

$$\text{berdmtza au dator: } \frac{L}{l} = \frac{L'}{l'} = \frac{L''}{l''}$$

$$\text{eta abar; ortaz } \frac{L + L' + L''}{l + l' + l''} = \frac{L}{l}$$

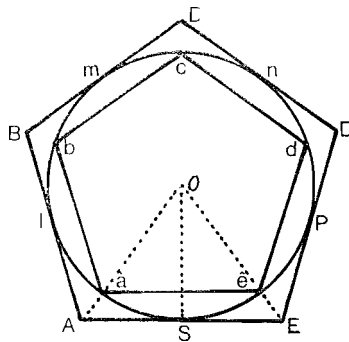
Bañan $L/L'/L''$ eta abar lerroak, P-izeneko ingurumena osatzen baitdute;

eta $l/l'/l''$ eta abar lerroek berriz, p-izenekoa

$$\text{berdmtza au dator } \frac{?}{P} = \frac{L}{l}$$

(Onela irakurri:

P-ingurumena, p-ingurumenaren aldean; L-mugaldea, l-mugaldearen aldean ainbat dezu).



(93 gn. irudia)

2) Bitez ABCDE/abcde zokodiak (93 garren irudia).

Antz-kide diran ezker (162) berdintza au dator $\frac{P}{p} = \frac{AE}{ae}$

Onela irakurri:

P-ingurumena, p-ingurumenaren aldean; AE-mugaldea, ae-mugaldearen aldean ainbat dezu.

Beste aldetik, AOE/aOe iruki antz-kide diranez, berdintza au dator:

$\frac{AE}{ae} = \frac{OA}{Oa}$, $\frac{AE}{ae} = \frac{OS}{Os}$ baita $\frac{AE}{ae} = \frac{OS}{Os}$ ere.

Onela irakurri:

AE ae-ren aldean, OA Oa-ren aldean ainbat dala;

baita,

AE ae-ren aldean, OS Os-ren aldean ainbat dala ere (170).

Bi berdintza auetatik, eta aurrekoetatik, beste au datorkigu (OA-ri Z edo zillerdi deituaz; Oa-ri z; OS-ri B edo berun-lerroa; eta Os-ri b)

Onela irakurri: $\frac{\bullet}{p} = \frac{z}{z} = \frac{b}{b}$

P-ingurumena p-ingurumenaren aldean;

Z-zillerdia z-zillerdiaren aldean, eta B-beruna b-berunaren aldean ainbat dezu.

Azaldu nai genduana.

XX GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Araubide=fórmula. Modu-bide. Lege-bíde. Era-bide.

Ein = potencia. Bigarren eina = segunda potencia. Irugarren einera jasoa, edo irukondetua = elevado a la tercera potencia.

Ero = raíz. La raíz cuadrada de 20 = Ogei-ren bigarren eíneko erroa. La raíz cúbica de 1.000 = Milla-ren irugarren eíneko erroa.

Geratzen dana = el resto. Reste cien a mil, y el resto multiplíquelo por diez = Kendu milla-ri eun eta geratzen dana amar aldiz artzazu.

Malla=grado. Angulo de 60 grados = 60 mallako zokoa.

Ezin-neurtuzko=incommensurable. Neurtu-eziña.

Au orren aldean=esto es a eso. $A : B :: C : D / A$ B-ren aldecm, C D-ren aldean ainbat da.

BERUN-LERROAREN ETA ZENBAIT ZOKODIETAKO MUGALDEAREN BALIOA

186. Berun-lerroak eta zenbait zokodietako mugaldeak zer balio duten adierazten asi baño len, araubide batzuek jarri bear ditugu garbian.

1) Neur-bateko zokodiaren berunak (aren raugaldea eta zillerdia ezagutu ezker)

$$\text{au balio du: } \frac{- /}{/ z^2} - 1/4 m^2$$

Onela irakurri:

Neur-bateko zokodiaren berunak balio duna jakiteko, zillerd-bikondetuari raugalde-bikondetuaren laurdena kendu, eta orren bigarren eíneko erroa atera-ezazu.

2) Neur-bateko kanpo-zokodi baten raugaldeak (berak ainbat raugalde ditun barren-zokodiaren raugaldea, eta zillerdia ezagutu ezker) au balio du:

z m

Onelct irakurri: $1/ z^2 - 1/4 m^2$

Neur-bateko kanpo-zokodiaren mugaldeak balio duna jakiteko, zillerdia eta mugaldea alkar-aldiztu, eta berunaren balioaz zatitu-itzazu.

3) Neur-bateko barren-zokodiaren mugaldeak, (berak bi-alako mugalde ditun barren-zokodiaren mugaldea eta zillerdia ezagutu ezker) au balio du:

$$V \quad 2z^2 - 2z \quad y \quad z^2 - 1/4 m^2$$

Onela irakurri:

Neur-bateko barren zokodiaren mugaldeak balio duna jakiteko, artzazu bi aldiz zillerdia bikondetua, bí zillerdia kenduaz; geratzen dan ori eta beruna alkar-aldiztu itzazu, eta orren bigarren eineko erroa atera-ezazu.

Adierazi ditzagun araubide auek, azalkizun banetan.

**187. AZALKIZUNA.— Neur-bateko barren-zokodiaren berun-le-
rroak zer balio dun jakiteko, zillerdia-bikondetuari mugalde-bikonde-
tuaren laurdena kenduiozu, eta orren bigarren eineko erroa atera-
ezazu.**

Bitez abcde neur-bateko boskia, eta Os bere berun-lerroa (93 garren irudia).

Oas-irukiak s-zoko tentea dizu; eta orregatik, Os-berunak au balio:

$$' \quad Oa^2 - as^2$$

Onela irakurri:

Oa-bikondetuari as-bikondetua kendu, eta orren bigarren eineko erroa atera.

Bañan Oe-zillerdia (z) eta ae-mugaldeari (m) deitu ezker, eta as m-ren erdía dala gogoraturik, berdíntza au datorkígu:

$$Os = j/ m^2 - (1/2m)^2 = 1/ m^2 - 1/4 m^2$$

Onela irakurri: Os-berunak zenbat balio?

Mugalde-bikondetuari mugaldearen erdia bikondetua kenduiozu, eta orren bigarren eineko erroa atera-ezazu. Ori balio.

Edo berdin dana:

Mugalde-bikondetuari mugalde-bikondetuaren laurdena kendu, eta orri bigarren eineko erroa atera.

188. AZALKIZUNA.—Neur-bateko kanpo-zokodiaren mugaldeak zenbat balio?

Ori jakiteko, berak ainbat mugalde ditun barren-zokodiaren mugalde-dea eta zillerdia alkar-aldiztu itzazu, eta ori onen berunaz batituzazu.

Bitez ABCDE kanpo-zokodia eta **abcde** barren-zokodia (93 garren irudia).

Onen mugaldeak mako-ari dituzu; eta aren mugaldeak ari oyen ikul-lerro (puntu erdietan). Orregatik AOE/aOe iruki antz-kide dituzu

$$(185); \text{ eta berdintza au agertzen zaigu: } \frac{\begin{array}{cc} AE & Os \\ \hline ae & OS \end{array}}{\quad} (170).$$

)nela irakurri:

AE ae-ren aldean, OS Os-ren aldean ainbat dala.

Ortik beste berdintza au dator: At = $\frac{\quad}{\quad}$ Os

Onela irakurri:

AE-mugaldeak zer balio? Alkar-aldiztu itzazu ae/OS; ori Os-az zatitu-ezazu, eta orixe balio du.

Orain OS-zillerdia (z), ae-mugaldeari (m), eta OS-berunari (b) dei-

$$\text{tuaz, berdintza au datorkigu: } AE = \frac{zm}{b}$$

Onela irakurri: AE-mugaldeak zer balio?

Zillerdia eta mugaldea alkar-aldiztu, berunaz zatitu, eta ori balio. Bañan ikusi bait-degu 187 garren zenbakian berunaren balioa, goiko berdintza onela jarri dezagun:

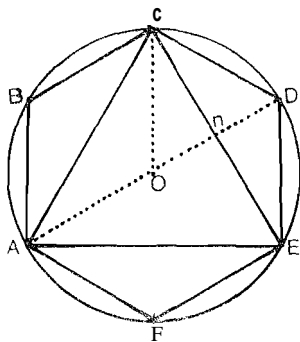
$$1/z^2 = 1/4 \text{ m}^2$$

Onela irakurri: AE-mugaldeak zer balio?

Zillerdia eta mugaldea alkar-aldiztu, berunak balio dunaz zatitu, eta ori balio.

189. AZALKIZUNA.—Neur-boteko barren-zokodiaren mugaldeak (berak bi-alako mugalde ditun, barren-zokodiaren mugaldea eta zillerdia ezagutu ezker) zenbot balio?

Zillerdia bikondetua bi aldiz artu, oni zillerdia bi aldiz kendu, geratzen dona eta (mugalde gutxiago ditun) zokodiaren beruna alkar-aldiztu, eta orren bigarren eineko erroa balio du.



(94 gn. irudia)

Bítez AEC-irukia eta ABCDEF seikía (94 garren írudia).

D-puntua C/E puntuen biderdian dago; baita O-puntua ere.

Beraz OD-lerroa CE-lerroaren tentea dezu (50, 2).

Bestetik, COD zoko-estua da (183, 3); eta 167 garren zenbakian ikusi degunez, berdintza au datorkigu (167, 2); $CD^2 = CD^2 + OC^2 - 2OD \times On$.

Onela irakurri:

CD b́kondetuak zer balio?

OD-bikondetuari OC-bikondetua jarri,
b́-OD On-aldiz kendu, eta ori balio du.

Orain OD/OC zillerdi diran ezkerro,
eta, On-ren ordezt, berunaren balioa iarrita (187),
berdintza onela gelditzen da:

$$CD^2 = 2z^2 - 2z \quad / \quad z^2 - 1/4 m^2$$

Onela irakurrí:

CD-bikondetuak zer balio?

Zíllerdi b́kondetua bi aldiz artu; oni źllerdia bi aldiz kendu;
geratzen dana eta berunaren balioa alkar-aldiztu; eta ori balfo.

Bañan berunak zer balio?

Zillerdi-bikondetuari mugalde-bikondetuaren laurdena kendu;
eta orren bigarren eíneko erroa balio.

Goiko berdíntzatik, beste au dator:

$$CD = 1 \quad 2z^2 - 2z \quad \vee \quad z^2 - 1/4 m^2$$

Onela irakurri:

CD-mugaldeak zer balio?

Zillerdi bikondetua bi aldiz artu; oni zillerdia bi aldiz kendu;
ori berunak balio dunaz aldiztu; eta orren bigarren eíneko erroa
balio.

190. AZALKIZUNA.—Neur-bateko zokodien artean:

- 1) Barren-seikiaren mugaldea, zillerdiaren neurriko dezu.**
- ?) Barren-irukiaren mugaldea, (zillerdia eta iru-ren bigarren eínec erroa alkar-aldiztu) eta orren neurriko dezu.**
- 3) Barren-laukiaren mugaldea, (zillerdia eta bi-ren bigarren eíneko erroa alkar-aldiztu) eta orren neurriko dezu.**
- 4) Barren-amarkiaren mugaldea, (zillerdiari zati ama-semeak egin) eta zati amaren neurriko dezu.**

1) Bedi ABCDEF neur-bateko barren-seikia (94 garren irudia).

COD-zokoa irurogei mallako dezu (183, 3), eta orregatik OCD/
/OCD zokoek 120° dituzte (eun ta ogei malla), eta, berdiñak diranez
(70), bakoitzak 60° (irurogei malla) balio ditu. Orregatik COD iru-
ki zokokide dezu, eta beraz mugakide (70).

Ortaz $CD = OC$ dezu; edo berdin dana, $CD = z$. (Zillerdiaren neu-
rriko).

2) Bedi ACE neur-bateko barren-irukia (94 garren irudia).

Egizu AD zil-lerroa, eta berdintza au dator ACD-irukian (166, 3):

$$AC = \sqrt{AD^2 - CD^2}$$

Onela irakurri: AC-mugaldeak zer balio?

AD-bikondetuari CD-bikondetua kenduta, orren bigarren eineko
erroa balio.

Bañan $AD = 2z$ (bi zillerdi) dezu;

eta $CD = z$ (izan ere CD-makoa ABCD — ABC dezu, edo berdin da-
na, $1/2 - 1/3 = 1/6$); eta ba-dakigu (aurreneko txatalean ikusita)
makobíllaren seirena, zillerdiaren neurriko dala.

Ortaz AD-ren orde z $2z$, eta CD-ren orde z jarriaz,

goiko berdintza onela gelditzen zaigu:

$$AC = \sqrt{(2z)^2 - z^2}$$

Onela irakurri: AC-mugaldeak zer balio?

Artu zillerdia bi aldiz; ori bikondetu ezazu;

orri zillerdi bikondetua kenduiozu;

eta orren guztiaren bigarren eineko erroa balio.

Berdintza ori onela gelditzen da $AC = \sqrt{4z^2 - z^2}$

Onela irakurri: AC-mugaldeak zer balio?

Lau aldiz artutako zillerdi bikondetuari,

kenduiozu zillerdi bikondetua;

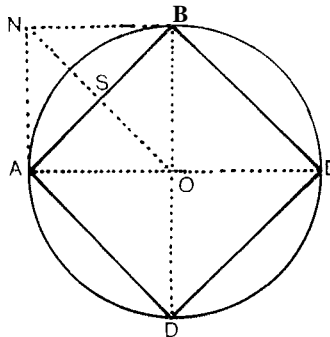
eta orren bigarren eineko erroa balio.

orain onela gelditzen da $AC = \sqrt{3z^2}$

Onela irakurri: AC-mugaldeak zer balio?
 Iru aldiz artutako zillerdia bikondetu ezazu;
 eta orren bigarren einek erroa balio.

Eta azkenik onela gelditzen da $AC = z \sqrt{3}$

Onela irakurri: AC-mugaldeak zer balio?
 Zillerdia eta iru-ren bigarren einek erroa alkar-aldiztu,
 eta ori balio.



(95 cjn. irudici)

3) Bedi ABCD barren-laukia (95 garren irudia).

OA/OB zillerdiek AOB zoko-tentea egiten dute (183, 3).
 Ortaz AOB iruki zoko-tentedunean, berdintza au dator

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} \quad (166,3).$$

Onela irakurrí: AB-mugaldeak zer balio?

OA-bikondetuari OB-bikondetua jarri,
 eta orren bigarren einek erroa balio.

Berdintza ori onela gelditzen da $AB = \sqrt{z^2 + z^2}$

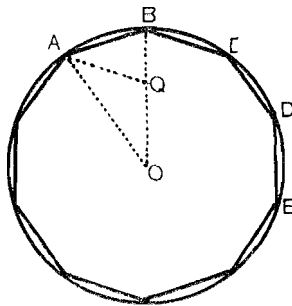
Onela irakurri: AB-mugaldeak zer balio?
 Zillerdi bikondetuari zillerdi bikondetua jarri,
 eta orren bigarren eineko erroa balio.

Laburkiago $pj\$ = "1/ 2z^2$

Onela irakurri: AB-mugaldeak zer balio?
 Bi aldiz artutako zillerdia bikondetu,
 eta orren bigarren eineko erroa balio.

Ori bera azkenik $pj\$ = z 1 3$

Onela irakurri: AB-mugaldeak zer balio?
 Zillerdia eta bi-ren bigarren eineko erroa alkar-aldiztu,
 eta ori balio.



(96 gn. irudia)

4) Bedi ABCD... neur-bateko barren-amarkia (96 garren irudia).

Laugarren txatal au adierazteko,
 oroi-gaitezen OB-zillerdiari O-puntuan bi zati ama-seme egin dizkiogula, eta zatirik aundierna OQ, amargiaren AB-mugaldea ainbat dala.

Egin ere,

OA/OB zillerdiek, AOB ogei ta amasei mallako zokoa egiten dute (183,3).

Orregatik, OAB/OBA zokoek, bien artean, eun ta berrogei ta lctu malla balio dituzte; eta berdiñak diralako, bakoitzak irurogei ta amabi malla (70).

Orain OAB-zokoaren lerro erdibitzallea egiñik, BAQ-zokoak ogei ta amasei malla balioko, eta OAQ-zokoak beste ogei ta amasei.

Ortaz, OAO-irukiko OAO/OAO zoko-berdiñak dira; eta OO lerro-zatía AQ-ren neurriko dezu (71).

Orobat, BAO-irukian BAO-zokoak ogei ta amasei malla balio ditu, eta ABO-zokoak irurogei ta amabi malla, esan degunez; eta orregatik, AQB-zokoak irurogei ta amabi malla ditun ezker, AO-lerroa AB-lerroaren neurriko dezu.

Bañan OQ AO-ren neurriko, eta AQ AB-ren neurriko diranez, OQ/AB berdiñak dituzu.

Orain bada, AQ OAQ-ren erdibitzalle dalako, berdintza au dator

$$\overset{O}{A}\overset{A}{B} \quad \overset{O}{Q}\overset{O}{B} \quad (152).$$

Onela irakurri:

OA AB-ren aldean, OQ QB-ren aldean ainbat da.

Bañan OA/OB eta AB/OQ beren artean berdiñak bait-dira,

$$\begin{array}{cc} \text{beste berdintza au ipiñi dezakegu} & \begin{array}{cc} \text{OB} & \text{OQ} \\ \text{OQ} & \text{QB} \end{array} \end{array}$$

Onela irakurri:

OB OQ-ren aldean, OQ OB-ren aldean ainbat da.

Ortaz OB-zillerdiak bi neurri ditu beregan egiñak: OQ/QB, biak ama-seme (176).

Izan ere OQ-lerroa OB/OB lerroen arteko neurpena dezu.

Orregatik, AB-mugaldea OQ-zati amaren neurriko dezu; baita beste mugaldea ere.

BO

191. OARKIZUNAK

1) **Barren-iruki mugakidean (eta baita barren-laukian ere) bere mugaldea eta zillerdia alkarren artean zertitu ezker, ezin-neurtuzko luzera ematen dute.**

Izan ere, barren-iruki mugakidean, mugaldeak $z \quad 1 \quad 3$ balio.

Onela irakurri:

Zillerdia eta bi-ren bigarren eineko erroa alkar-aldiztu,

eta ori balio.

Barren-laukiaren mugaldeak $z \quad j \quad 2$ balio.

Onela irakurri:

Zillerdia eta bi-ren bigarren eineko erroa alkar-aldiztu,

eta ori balio.

Eta bai bata ($z \quad j/ \quad 3$) bai bestea ($z \quad | \quad 2$) ezin-neurtuzko luzerak dituzu.

2) **Borren-iruki mugakidearen berun-lerroak, zillardiaren erdia balio.**

Egon ere (94 garren irudia)

C/E puntuak O/D puntuen biderdian daude;

eta orregatik n-puntua OD-ren erdian dago,

eta berun-lerroak zillardiaren erdia balio du.

3) **Barren-laukiaren berun-lerroak mugaldearen erdia balio.**

Izan ere OBNA-laukian (95 garren irudia)

NO/AB koner-lerro berdñak dítuzu, eta alkar-erdíbitzen dute (74/77).

Orregotik Os-beruna AB-ren erdia dezu.

4) **Laukiaren koner-lerroak (mugaldea eta bi-ren bigarren eineko erroa alkar-aldiztu) eta ori balio.**

Izan ere AB-lerroa ANBO-laukiaren koner-lerro dezu.
 Bañan, lauki orren mugaldea OA-zillerdia danez, au aren orde
 jarrita, $AB = z \sqrt{2}$ berdintza, onela alda dezakegu:

$$AB = m \sqrt{2}$$

Onela irakurri:

AB koner-lerroak, mugaldea eta bi-ren bigarren einoko erroa alkar
 -aldiztu, eta orixe balio du.

**192. AZALKIZUNA.—Zenbat balio du, neur-bateko barren-ama-
 boskiaren mugaldea?**

**Neur-bateko barren-seikiaren mugalde-makoari, neur-bateko barren-
 -amarkiaren mugalde-makoa kendu; eta gelditzen dan makoaren
 erdia balio du.**

Artu ere, seikiaren mugalde-makoak, makobillaren seirena artzen
 dizu; eta amarkiaren mugalde-makoak, makobillaren amarrena.

1	1	10	6	4i	1	
Banan	—————					dezu.
6	10	60	60	90	15	

Onela irakurri:

Bata sei-ren aldean jarriari, bata amarren aldean kendu ezkeri;
 amar irurogei-ren aldean jarriari,
 sei irurogei-ren aldean kendu, eta ori ainbat dezu.

Edo berdin dana,
 lau irurogei-ren aldean ainbat dezu.

Edo berdin dana,
 bat amabost-en aldean ainbat dezu.

Ortaz, seikiaren mugalde-makoari, amarkiaren mugalde-makoa
 kendu, eta geratzen dan mako ori 15 aldiz artuta,
 amabost mako-zati berdin dituzu;
 eta amabost mako oyen ariek,
 amabost mugalde ditun, neur-bateko barren-amaboskia egingo du-
 te (184, 1).

XXI GARRENKASKAIA

Itz bereziak

Kanpo-makobilla=Circunferencia exterior. Circunscripta. Kanpo aldetik dagona.

Barren-makobilla=Circunferencia interior. Inscripta. Barrengo aldetik dagona.

Antolatu=formar. Construir. Hacer. Formar una figura = Irudia antolatu.

Moldatu=formar. Construir. Hacer.

Tajutu=formar. Construir. Hacer.

Eratu = formar. Construir. Hacer.

Egin=formar. Construir. Hacer.

Mugalde-sail=conjunto de lados.

Metro-eunen=centímetro. (7/10 mts = 7 metros y diez centímetros = Zazpi metro ta amar metro-eunen). (0,08 mts = Zortzi metro-eunen).

Bikonde=cuadrado. No en el sentido de paralelogramo cuadrado (fig 31), que se dice "parebidun trinkoa"; sino elevado a la segunda potencia.

V. gr: Este cuadrilátero tiene $200 \text{ mts}^2 = \text{Lauki onek berreun metro bikonde ditu.}/\text{Este polígono tiene } 13,020 \text{ mts}^2 = \text{Zokodi onek, amairu metro ta ogei metro-millen bikonde ditu.}$

Metro-millen=milímetro. V. gr: 0,040 mts = berrogei metro-millen.

ZENBAITIRUDI-ANTOLATZE

ETA

ZENBAIT ARKIGARRI

193. LENENGOIRUDI-ANTOLATZEA

Nola egingo zenizkioke iruki boti, bere kanpoko eta barrengo makobillak?

1) Kanpo-makobilla antolatzeko, gogora-ezazu 137 garren zenbakian geniona; eta orrela egizu, irukiaren kantoiak jotzen dituen makobilla.

2) Barren-makobilla antolatzeko (100 garren irudia), egizkizu ACE-irukian CAE/ACE zokoen AO/CO erdibitzalleak; eta O-puntuan alkatuko dira, lerro-bizkiak ez diralako.

Balio ere,

CAO/ACO zokoek bi zoko-tente baño gutxiago balio dute; eta orregatik AO/CO lerro bizki-ezak dítuzu.

Beraz, O-tik mugalde batera dagoan tartea (On) arturik, molda genezake eskatzen diguten makobilla.

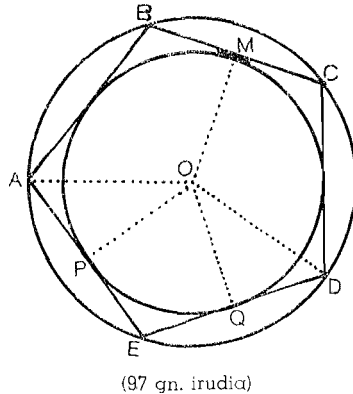
Egon ere,

O-puntua AO/CO erdibitzalletan dago,

eta AE/AC/CE ikutzen ditun makobillaren biotza dezu. (140, ondore).

194. BIGARRENIRUDI-ANTOLATZEA

Nola egingo zenizkioke, neur-bateko barren-zokodi bati, bere kanpoko eta barrengo mctkobillak?



1) Bedi ABCDE zokodia (97 garren irudia).

Jaso ditzagun AE/ED mugalde biderdian, ayen OP/OO tenteak.

Oyek alkar-joizen duten O-puntutik, (53, 4)

eta OA zillerdi dezulañk, egizu makobilla.

A/E/D puntuak-zear dijoan ezker, bere kantoi guztiak ikutzen dituzte (181, 1).

2) Billa-ezazu makoaren biotza, lengo txatalean bezela;

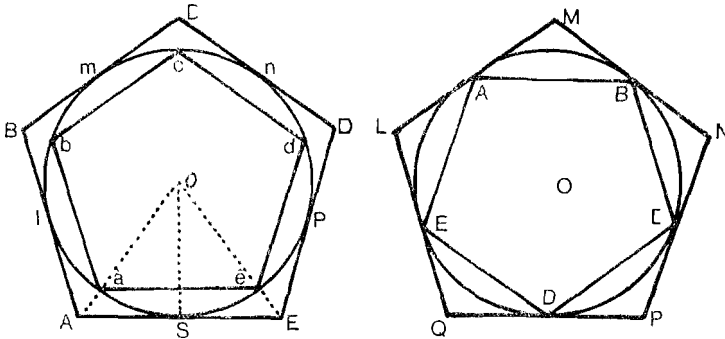
eta, beruna zillerdi dezularik, egizu makobilla.

Mugalde guztiak ikutuko dituzte (103, 4) eta orregatik, barren-makobilla dezu.

195. IRUGARREN IRUDI-ANTOLATZEA.—Neur-boteko barren-zokodi bot izanda, nola moldatuko zenioke onen makobillari, (mugalde-sail bereko) kanpo-zokodia?

Bi moduetan egin ditezke:

barren-zokodiaren kantoietatik, edota mugalde-makoen erdietatik, makobillari iku-lerroak eginez.



(98 eta 99 gn. irudiak)

Ikusi-itazazu 98 garren eta 99 garren irudiak; eta ez zaite aaztu, 184 garren zenbakian ($2/3$) genionaz.

196. LAUGARREN IRUDI-ANTOLATZEA

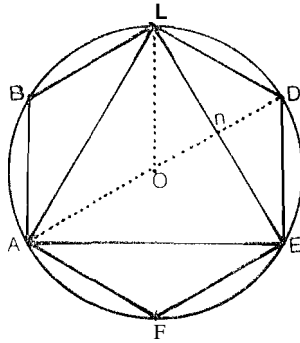
1) Nola antolatuko zenioke makobil bati, neur-bateko barren-seikia?

2) Eta nola, barren-iruki mugakidea?

1) Jartzazu zillerdia ari sei aldiz errezkadan, makobillaren gañean. (100garrenirudia)(190, 1).

Lotu-itazazu A/B/C/D/E/F zati-puntuak, eta neur-bateko ABCDEF barren-seikia egin dezu (184, 1).

2) Egizkizu sei puntu len bezela; eta bat bai, beste ez, lotu-itzazu A/C/E puntuak; barren-iruki mugakidea sortu dezaizun.



(100 g.n. irudia)

197. BOSGARREN IRUDI-ANTOLATZEA

Nola moldatuko zenioke makobil bati barren-laukia?

Bi zil-lerro alkar-tente egiñik (102, 2)

lau mako berdin agiri dira makobillan;

eta lau mako oyen ariak marrazturik, barren-laukia osatu dezu (95 garren irudia).

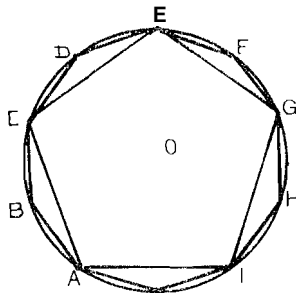
198. SEIGARRENIRUDI-ANTOLATZEA.

1) **Nola moldatuko zenioke makobil bati, neur-bateko barren-amarkia?**

2) **Eta nola, neur-bateko barren-boskia?**

1) Egizkiozu zillerdia bi zati, ama-semeak (177);

jartzazu AB zati-ama (101 garren irudia) amar bider errezkadan



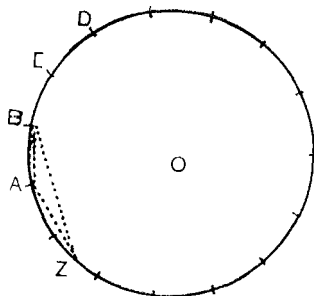
(101 gn. irudia)

makobil-ganean; eta (190) zati-puntuetatik ariak marrazturik. ABCDEFGHJJ neur-bateko barren-amarkia antolatu dezu.

2) Len bezela, makobillan amar puntu (tarte-berdiñez) agiñik, lotu-ítzazu txandaka, bat bai, bestea ez, A/C/E/G/I/A; eta neur-bateko ACEGIA-boskia antolatu dezu (184, I).

199. ZAZPIGARRENIRUDI-ANTOLATZEA

Nola moldatuko zenioke makobil bertí neur-bateko barren-amaboskia?



(102 gn. irudia)

Artzazu makobillan zillerdiaen neurriko ZB-aria; (102 gn irudia) eta egizkiozu oni bi zati ama-semeak.

Z-puntutik ZA-aria (zati-amaren neurriko) artuaz, ipiñi-ezazu amabost bider AB-zatia makobillaren gañean (192); eta neur-bateko barren-amaboskia antolatu dezu (184).

200. ZORTZIGARRENIRUDI-ANTOLATZEA

Neur-bateko barren-zokodi bat izanda, nola moldatuko zenioke oni, onek bi-alako mugalde-sail ditun, barren-zokodia?

Bedi ACEGI emandako boskia (101 garren irudia).

Erdibitu-itzazu AC/CE/EG/GI/IA bost makoak; eta AB/BC/CD/DE eta gañerantzeko ariak marrazturik, ABCDE... zokodia moldatu dezu.

Lengoak bi-alako mugalde ditun zokodia ,184, 1).

201. OARRA.— Aurreko irudi-antolatze lanetan, zenbait barren-zokodi eratzten ikasi degu: 6/3/4/10/5/15 mugalde dituzten neur-bateko barren zokodiak, alegia; baita besteak bi-alako mugalde dituna ere. Gogoan artu-ditzagun, beraz, zein ta zein zokodi, naiz barrengo, naiz kanpoko, antolatu genezazken. Neur-bateko izanik, mugalde-sail auek euki bear dituzte:

3—6—12 — 24 — 48...
 4 — 8—16 — 32 — 64 ...
 5 — 10 — 20 — 40 — 80 ...
 15 — 30 — 60—120 — 240 ...

202. ZENBAIT ARKIGARRI.

Lenengo arkitarra.— Lauki baten mugaldeak bost metro luze baldin baditu, zenbat luze du bere koner-lerroak?

19l garren zenbakiaren laugarren txatalean ikusi degunez, koner-lerro onek luze au dauka:

$$5 \times \sqrt[4]{2} = 5 \times 1,414 = 7,07 \text{ m.}$$

Onela irakurri: Koner-lerroak zer balio? Bost eta, bi-ren bigarren eineko erroa, alkar-aldiztu, eta ori balio. Bañan bi-ren bigarren eineko erroa 1,414 dan ezkeru, koner-lerroak au balio: bost eta 1,414 alkar-aldiztuak ainbat. Edo berdin dana, 7,07 balio. Zazpi metro, eta 7 metro-eunen.

Bigarren arkitarra.— Neur-bateko barren-zokodiaren zillerdiak, amar metro luze baldin baditu; zenbat luze du bere ingurumen osoak?

Esan-dezagun aurrenik, amarki onen mugaldeak eta zillerdiaren zati-ama, berdiñak dirala; eta ori neurtzeko, zati-amari x deituko diogu, eta zati-semeari z.

Ba-dakigu 10 x-ren aldean, x z-ren aldean ainbat dala;

(10 : x :: x : z).

Berdintza ortatik au dator: $X^2 = 10 z$

Onela irakurri:

x-bikondetua (bere buruaz aldiztua) z amar aldiz ainbat dala.

Baita beste au ere: $x + z = 10$.

Onela irakurri:

x-ri z jarri, eta biek 10 egiten dute.

Bi berdintza auek, bigarren eineko au ematen digute $x^2 + 10x = 100$.

Onela irakurri:

x-bikondetuari 10-x jarri, eta biek 100 egiten dute.

Beraz $x = 6,18$. (Zati-amak zazpi metro, emezortzi balio).

Eta ingumen osoak: $6,18 \times 10 = 61,8$ m (irurogei ta bat metro, zortzi metro-amarren).

XXII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Alkar-neurpena=edo alkarren arteko neurpena=razón, resultado de división. Ikusia degu XI garren ikaskaian, "alkar-neurtze" itzak zer esan nai duan. Ori gogoan eukita, oso orrezki ulertzen dira proportzio-gauza guztiak.

Ari-sailla = el conjunto de cuerdas, que constituyen un polígono. Zokodia eratzen duten ari guztiak.

Mako-sailla=el conjunto de arcos de una circunferencia. Makobilla eratzen ,duten mako guztiak.

Zenbaki-balio = valor numérico.

Goiko-atala=parte superior del quebrado. El numerador.

Beko atala=parte inferior del quebrado. El denominador.

MAKOBILLAREN ETA ZIL-LERROAREN ALKARREN ARTEKO NEURPENEA

Esana daukagunez (17), edozein zabalgunen, lerro-zuzenaren bidez neurtu diteke; eta baita edozein makobil ere. Makobilla neurtzeko, zil-lerroa makobillan zenbat aldiz sartzen dan jakin bear degu; eta zil-lerroaren luzea, sar-ainbat aldiz artu ezkeren, ba-dakigu makobillaren luzea.

Errez ulertuko dezu emen dioguna,
makobilla bere edozein barren-zokodi baño aundiagoa,
eta bere edozein kanpo-zokodi baño txikiagoa dala gogoratuaz.

Esan ere, esan diteke makobilla,
bere kanpoko eta barrenko zokodien muga bezela dala.

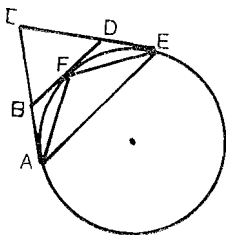
203. AZALKIZUNA.— Maktobillet, bere barrenko eta kanpoko zokodien ingurumen-muga da.

Oso argi ikusten da, makobilla bere barrenko zokodi guztiak baño aundiagoa dala;

izan ere, barren-zokodiaren mugaldea, mako-ari dituzu;

eta aria bere makoa baño motxago dan ezkeru,
ari-sailla, mako-sailla baño motzago dezu beti.

Era berean, makobilla bere kanpoko zokodi guztiak baño txikiago
dezu; izan ere, makobilla ikutzen ez duten puntu guztiak, aren
kanpotik gelditzen bait-dira.



(103 gn. irudia)

Ortaz, adíbidéz, AFE AE-baño aundiagoa dala ikusirik (103 garren
irudia), erreza da ulertzen, barren-zokodiko mugaldeak bi-bidertu
ezkeru, ingurumena luzeagotu egiten dala;

eta BD BCD-boño txikiago dala ikusirik, (eta ABDE ABCDE-baño
aundiagoa) errez ulertuko dezu, kanpo-zokodiaren mugaldeak bi-
bidertu ezkeru, kanpo-zokodiaren ingurumena txikiagotu egiten
dala;

eta beraz, zokodiaren barrengo eta kanpoko mugaldeak, bein-ta-
berriz bi-bidertuta, bi zokodien ingurumenak alkar-urreratzen ari
dirala,

gero ta geiago, guk nai ainbat, bañan inoiz makobillera iritxi gabe.

Orregatik, makobilla bere barrengo eta kanpoko zokodien inguru-
men-muga dezu.

**204. AZALKIZUNA.— Zuzenki pentsa-genezake makobilla, azken-
gabe mugalde ditun, neur-bateko zokodiaren ingurumena dala; eta
makobillaren zillerdi, zokodi orren zillerdi eta berun-lerroak dirala.**

Izan ere, makobil batean neur-bateko barren zokodi bat egiñik,
gero onek bi-alako mugalde ditun bestea, urrena onek bi-alako di-
tuna,- eta orrela, barren-zokodiaren mugaldeak beti bi-bidertuaz,

azken-gabe mugalde izango lirake, eta mugalde bakoitza puntua-
ren neurrikoa.

Zokodi orren ingurumenak, azken-gabe puntu izango lituzke, mako-
billaren antzera; eta zokodiaren zillerdi-berunak eta makobillaren
zillerdiak, gauza bera egíñik geldítuko lirake.

205. ONDOREAK.

1) **Bi makobillek eta beren zil-lerroek edo zillerdiek, alkar-neur- tzen dute.**

Izan ere, aurreko azalkizunean eta 185 garren zenbakian esan da-
nez,

$$\text{berdmtza au dator: } \frac{m \quad z \quad 2 \text{ ze}}{m' \quad z' \quad 2 \text{ ze}'}$$

Onela irakurri:

Makobil bat, beste makobillaren aldean,
aren zillerdia, onen zíllerdiaren aldean ainbat dala;
eta aren zil-lerroa, onen zil-lerroaren aldean aínbat.

2) **Makobillaren eta zil-lerroaren arteko neurpena, beti bat dezu.**

$$\text{Izan ere, berdmtza ontatik } \frac{i \quad i \quad m \quad z}{m' \quad z'} = \frac{z}{z'} \text{ beste au dator } \frac{m \quad m'}{z \quad z'}$$

Onela irakurri:

Makobil bat bere zil-lerroaren aldean,
beste makobilla bere zíl-lerroaren aldean ainbat dala.

Edo beste modura esanda:

Bi makobil, bakoitza bere zíl-lerroaz, zatítzen badituzu
beti zati bera ematen dizute.

OARRA.— Makobillaren eta zil-lerroaren arteko neurpena, griez-

gozko PI letraz adierazten degu. PI letrak — balío. Makobilla

bere zil-lerroaren aldean, PI dezu. Eta zil-lerroaren ordez bi-zillerdi

jarrita, PI letrak cru balío —
2ze

PI letrak, makobillak bere bi zillerdien aldean ainbat balio du. Berdintza ontatik, PI letraren, makobillaren, eta zillerdiaren balioak atera generazke, onela:

$$PI = \frac{2}{ze} \text{ (PI letrak, makobillak bi zillerdien aldean ainbat balio)}$$

$$m = 2 PI ze \text{ (Bi-PI ze-aldiztu, eta makobillak ori balio)}$$

$$ze = \frac{2 PI}{m} \text{ (Zillerdiak, makobillak bi PI-ren aldean ainbat balio).}$$

206. PI-ren balioa, erabat neur-eziña, au da: 3,141592653589.

Arkimedes'ek dionez $\frac{22}{7}$ dezu; eta Mezio'k dionez 113

Ea nolabait adierazten degun, PI-ren balioa nola atera ditekén,

ARKIGARRIA.— Nola arkituko zenduke PI-ren zenbaki-balioa?

PI-ren balioa beti bera dala dakigun ezkerro (205, 2), egin-dezagun, gure argitasunerako, makobil berezi bat: eta onen zil-lerroa **batasuna** izan dedilla.

Ortaz, $PI = m$ izango litzake; PI eta makobilla berdín lirake.

Orrelako makobillan, neur-bateko barren-seikia egiñik,

onen mugaldeak **erdibat** balioko luke (190, 1);

eta seiki orren ingurumenak, **erdia** sei aldiz, **iru** balioko.

orain makobil orri, neur-bateko kanpo-seikia egiñik,

onen mugaldeak (188) au balioko: $\frac{1/2 \times 1/2}{7}$

Onela irakurri: $1/(1/2)^2 - 1/4 \times (1/2)^2$

Neur-bateko kanpo-seikiaren mugaldeak, zenbert balio?

Erdia erdi-aldiz artu, eta goiko atalean jartzazu;

gero erdi bikondetuari laurdena kendu,

au eta erdia-bikondetua alkar-aldiztu,

eta onen bigarren eineko erroa aterez, beko atalean ipiñi;

goiko atala eta bekoa alkar-zatitu,

eta mugaldeak ori balio.

Berdintza au laburtuaz, ontara dator

Onela irakurri:

Jartzazu goiko atalean laurdena;
eta bekoan (laurdenari amaseirena kenduaz)
orren bigarren eineko erroa ipiñi.

Au bera ontara dator _____ /Z_____

Onelairakurri: V 3/15

Goiko atalean laurdena íarri,
eta bekoan, iru amabostena'ren bigarren eineko erroa.

Au ontara ^ _____

Onela irakurri:

1/4 y 3

Goiko atalean laurdena iarri,
eta bekoan, laurdena (iru-ren bigarren eineko erroa) aldiz.

Au berriz ontara _____ \

Onela irakurri: I 3

Goiko atalean **bert** jarri,
eta bekoan, iru-ren bigarren eineko erroa.

Berdintza ori ontara dator: _____
3

Onela irakurri:

Goiko atalean iru-ren bigarren eineko erroa jarri,
eta bekoan **iru** ipiñi.

Au azkenik, ontara: 1/3]' 3

Onela irakurri:

Iurdena, iru-ren bigarren eineko erroa, aldiz.

Auda: 0,5771.

Ortaz kanpo-zokodiaren (seikiaren) ingurumenak, 0,5771 x 6 balio.
(Uts, bost/zazpi/zazpi/bat sei-aldiz balio).

Edo berdin dana: 3,4626 (Iru, lau/sei/bi/sei).

Orain, bi-alako mugalde dituzten, barren eta kanpo zokodiak egi-ten baditugu, barrengoak 3 baño geiago balioko, gero ta geiago; eta kanpokoak 3,4626 baño gutxiago, gero ta gutxiago; eta orrela mugaldeak bi-bidertzen jarraitu ezker, 3 eta 3,4626 zenbakiak, gero ta urreragotzen joango dira, zenbait kondar-zenbaki berdiña izateraño; eta makobilla, bere barren-zokodiak baño aundiagoa, eta bere kanpo-zokodiak baño txikiagoa dan ezker, 3 eta kondar-zenbaki oyek guztiak, makobillaren neurritzat ar-ditzagun; eta oke-riik aundiena ere, azken-kondarrik txikiena baño txeeago dezu.

207. BESTE ARKIGARRIAK.— I) **Arkitu ezazu zenbat luze dun makobillak, bere zillerdia amar metro baldin baditu.**

Aurreko 205 garren zenbakian (bigarren oarran) esan degenez, $m = 2 \text{ PI } ze$ (Makobilla, bi PI ze-aldiz dezu).

$m = 2 \times 3,1416 \times 10 = 62,830$ metro ditu. Irurogei ta bi metro, zortzireun ta ogei ta amar metro-millen.

II) **Arkitu ezazu zenbat luze dun zillerdia, makobillak eun metro baldin baditu.**

Zenbaki artan bertan ikusi degenez

$$\frac{m}{2\text{PI}} = \frac{100}{2 \times 3,1416} = 15,92 \text{ m. amabost metro, larogei}$$

ta amabi metro-eunen.

III) Arkitu ezazu zenbat malla ditun mako batek, zillerdioaren luze baldin badu.

Berdintza ontatik $2PI$ ze : z :: 360 : x

(Bi PI ze, ze-ren aldean, 360 malla, x -en aldean ainbat)

beste au dator $x = 57^\circ 18'$

(57 malla eta 18 minutu dala).

208. IV) Arkitu ezazu makobil boten luzea, Jeometri-irudien bidez.

Egiozu makobillari (104 garren irudia) ABC-imki mugakidea; egiozu baita DBEF-laukia ere. Biak barren-zokodi.

MN lerro-zuzenan, MP-zatia artzazu AB-ren neurrikoa;

artzazu baita PO-zatia, DB-ren neurrikoa ere;

eta MO-zatia (bien artekoa) makobillaren erdia dezu (0,01 baño alde txikiagokin).

Izan ere, zillerdia batetzat artuta, irukiaren mugaldea y 3 dezu, eta laukiaren mugaldea $\frac{y}{2}$ (190,2 eta 3);

ortaz $\frac{y}{2} \cdot \frac{y}{2} = 1732 + 1414 = 3146$.

Onela irakurri:

Iru-ren bigarren eineko erroa, eta bi-rena, biak-bat egiñik, iru, bat/lau/sei osatzen ditugu.

Bañan zillerdia batetzat artu degunez, makobillak bi PI balio, eta makobil-erdiak PI .

Ortaz MO-lerroak makobil-erdia balio izateko, 0,01 baño alde txikiagoa dauka.

XXIII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Irudi txapal —figura plana.

Balio-bereko=equivalente.

Neurgai=unidad de medida.

Zabala edo **zabaler**a = área. Magnitud de doble dimensión. El área del paralelogramo cuadrado = Lauki-trinkoaren zabala.

Zokodi-zati = sector poligonal, Zokodiaren zati bat.

IRUDI TXAPALEN ZABALERAK

209. Balio-bereko zabalgunek dituzu, aundiera bera izanik, irudi desberdiña dutenak.

210. Ba-dirudi, zabalgunek era ontan neurtu ditezke: kuadro edo lauki txiki bat neurgaitzat aukeratu, eta lauki-neurgai ori zabalgunean, bear-ainbat aldiz, jarriaz.

Bañan Neurriztiak (Jeometriak), zabalgunek lerro-zuzenaren bidez neurtzen erakusten digu.

Bedi AC-parebidun lauki-tentea,
eta Dn lauki-neurgai. Biak oñazpi berdiña dute.

AC-ren barruan, Dn lau-aldiz sartu baditeke,
AC-ek lau neurri ditula, esan bear degu. Lau neurri ditula goibean.

Bañan, goibe ori aldatu gabe,
oñazpia bi-iru edo geiago aldiz zabalduko bagendu,
zabal-aldi bakoitzagatik, lau neurgai sartuko genituzke, bata bestearen gañean.

Orregatik, lauki-tenteak neurgai zenbat-aldiz artzen duan jakiteko, goibearen *eta* oñazpiaren luzeak alkar-aldítzu bearko genituzke.

Ori Neurritzictk onela adierazten du:

Lauki-tentearen zabalera jakiteko, goibea eta oñazpia alkar-al-diztu itzazu.

Obeto adierazi nai nuke, araubide au.

AZALKIZUNA.—1) **Oñazpi berdiñak izan ezker, bi lauki-tenteek eta beren goibeek alkar-neurtzen dute.**

2) **Goibe berdiñak izon ezker, bi lauki-tenteek eta beren oñazpiek olkar-neurtzen dute.**

3) **Alkar-aldiztu ezker, bi lauki-tenteek eta beren oñazpi-goibeek beti alkar-neurtzen dute.**

B.

(105 gn. irudia)

1) Bitez AD/ad oñazpi berdiñak (105 garren irudia).

AB eta ab goibeek, An-neurri bera baldin badute, eta neurri au AB-en 4 bider jarri baditeke, eta ab-en 3, berdintza au dator $AB : ab :: 4 : 4$ (I).

Onela irakurri:

AB ab-ren aldean, lau iru-ren aldean ainbat dala.

Orain, zati-puntuetatik oñazpiei lerro-bizkiak eratu ezker,

AC lauki-tentea, 4 puska egiñik gelditzen da; eta ac lauki-tentea 3. Zati guztiak berdiñak dira (75, 4).

Ortaz berdintza au dator $AC : ac :: AB : ab$ (II).

Onela irakurri:

AC ac-ren aldean, AB ab-ren aldean ainbat dala.

Lenengo eta bigarren berdintzetatik, beste au datorkigu AC : ac :: AB : ob.

Onela irakurri:

AC ac-ren aldean, AB ab-ren aldean ainbat dala.

Eta goibeak neur-eziñak izango balira, txatal au, 115 garren zenbakian bezela adieraziko genduke.

2) Aurrekoa ikusi ondoren, bigarren au oso erreza da ulertzen; oñazpia goibetzat, eta goibea oñazpitzat artu bait-ditezke.

3) Bitez R eta R' bí lauki-tenteak; b/b' oyen oñazpiak, eta a/a' goibeak.

Jarri ditzagun, R'' izeneko beste lauki-tentearen aldean;

R'' lauki-tenteak, R-ren oñazpi bera du (b);

eta R'-ren goibe bera (a').

Ortaz R/R'' lauki-tenteek oñazpi berdiñak, eta a/a' goibeak dituz-

telako berdintza au dator $\frac{R}{R''} = \frac{n}{a'}$ eta R'VR' lauki-tenteek goibe

berdiñak, eta b/b' goibeak dituztelako, beste berdintza au dator

$$\begin{matrix} \mathbf{R''} & \mathbf{JD} \\ \sim W \sim & = \sim) \sim 7 \sim \end{matrix}$$

eta bi oyetatik beste au agiri zaigu:

$$\frac{R \times R''}{R'' \times R'} = \frac{b \times a}{b' \times a'} \text{ edo } \frac{R}{R'} = \frac{b \times a}{b' \times a'} \quad (\text{III})$$

ONDOREA.— Lauki-tentearen zabala, bere goibe-oñazpi alkar-al-diztuen neurriko dezu.

Pentsa-ezazu R' lauki-tentea dan bezela, lauki-trinkoa izan ditekela; eta R' ori R-ren neurgaitzat artuko bagendu, R'-ren ordez **bata** jarri bearko gendukela azkeneko berdintzan; baita **bat** eta **bat** ere, b'/a' goibe-oñazpien ordez.

Orduan berdintza au sortuko litzake: R = b x a

Onela irakurñ:

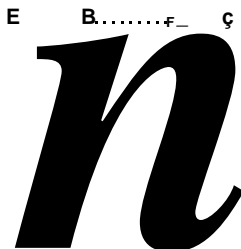
R lauki-tentea neurtzeko,

b/a (goibe-oñazpiak) alkar-aldiztu itzazu.

211. ONDOREA.— Lauki-trinkoaren zabala, bere mugalde bikondetua dezu.

212. AZALKIZUNA.— Lauki-parebidunaren zabala neurtzeko, bere goibe- oñazpiak alkar-aldiztu itzazu.

Goibe-oñazpi bereko lauki-tentearen berdiña dalako.



(106 gn. irudict)

Bedi, izan ere, ABCD-parebiduna (106 garren irudia).

A/D-tik AE/DF lerro-tenteak egiñik,

AEB/DFC irukiek AE dute DF-ren berdiña, eta AB DC-ren berdiña (75, 1); baita EAB/FDC zoko berdiñak ere (7, 1).

Orregatik, iruki berdiñak dituzu.

Orain, irudi osoari AEB kentzen badiozu, guk nai genduan ABCD lauki-parebiduna gelditzen da; eta DFC kentzen badiozu, AEFD lauki-tentea gelditzen da.

Orregatik biak balio-bereko dituzu,

eta AD oñazpi bera, eta goibe berdiña dituzte (75, 2).

Bañan, lauki-tentearen zabala neurtzeko,

goibe-oñazpiak alkar-aldizten dítuzun bezela;

lauki-parebidunaren zabala neurtzeko ere,

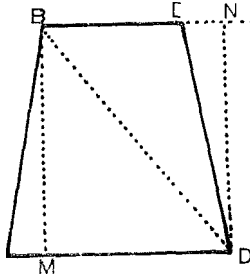
goibe-oñazpiak alkar-aldiztu bear dítuzu.

213. AZALKIZUNA.— Irukiaren zabala, goibe-oñazpi alkar-aldiztuen erdia dezu.

Irukia ízan ere, goibe-oñazpi berdiñak ditun parebidunaren erdia dezu (75, 3).

214. AZALKIZUNA.— Bizkidunaren zabala jakiteko, bi oñazpien erdia eta goibea alkar-aldiztu itzazu.

Bizkidunari koner-lerroa egin ezkerreko, bi iruki dauzkazu; eta oyen zabala, goiko zenbakian bezela atera ditekete.



(107 gn. irudia)

Izan ere, bedi ABCD lauki-bizkiduna (107 garren irudia).

BD koner-lerroa egiñik, ABD/BCD irukiak ikusten dítugu. Oyen oñazpiak, AD/BC bizkidunarenak izan bitez, eta goibea bizkidunarena ere (75, 2).

Ortaz, ABD-ren zabala, $\frac{1}{2} AD \times a$ danez; edo berdín dana, ABD-ren zabala, AD-ren erdia eta a alkar-aldiztuak danez; eta BCD-ren zabala $\frac{1}{2} BC \times a$ (BC-ren erdia eta a alkar-aldiztuak); ABCD guztiaren zabala, $\frac{1}{2} AD \times a + \frac{1}{2} BC \times a$ dezu.

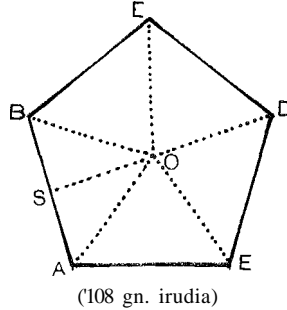
Onela irakurri:
bizkidunaren zabala neurtzeko,
AD-ren erdia eta a alkar-aldiztu,
BC-ren erdia eta a alkar-aldiztu, eta bi oyek ainbat dezu.

Au bera laburtuaz, $ABCD = \frac{1}{2} (AD + BC) \times a$ dezu.
(AD/BC batuen erdia eta a alkar-aldiztu, eta ori ainbat dezu).
Au bera beste moduz esanda,
ABCD bizkidunaren zabala neurtzeko,
AD/BC oñazpien erdia eta a (goibea) alkar-aldiztu itzazu.

215. ONDOREA.— **Bizkidunaren zabala atera dezazuke baita, bi oñazpien erdiko bizki-lerroa eta goibea alkar-aldiztuaz ere.**

Bi oñazpien erdiko bizki-lerroa, bi oñazpien erdia bait-da (149).

216. AZALKIZUNA.— **Neur-bateko zokodiaren zabala jakiteko, bere inguramena eta berun-lerroa alkar-aldiztu itzazu, eta erdia atera.**



Bedi ABCDE neur-bateko zokodia (108 garren irudia).
 Biotzetik kantoi guztietara zillerdiak egiñik,
 bost iruki berdin eratuko ditugu (66, 4).
 Oyen oñazpizat, zokodiaren mugaldea jartzen badegu,
 berun-lerroa bere goibe izango litzake.
 iruki bakoitzak $1/2$ m x a balio denez,
 (mugaldearen erdia eta goibea alkar-aldiztuak balio ditunez),
 zokodi osoak $1/2$ m x a 5 balioko,
 (mugaldearen erdia eta a alkar-aldiztuak bost bider balioko);
 bañan mugaldea bost bider, ingurumena bait-da,
 zokodi onek $1/2$ i x a balio (ingurumenaren erdia eta goibea alkar-aldiztuak balio).

ONDOREA.— **Zokodi-zati baten zabala neurtzeko, mugaldearen erdia eta berun-lerroa alkar-aldiztu itzazu.**

217. AZALKIZUNA.— **Oboaren zabala neurtzeko, makobillaren erdia eta bere zillerdia alkar-aldiztu itzazu.**

Oboa, neur-bateko zokodi bezela artuaz,

bere ingurumena makobilla izango litzake, eta berun-lerro zillerdia (204).

Oboari O deituaz, eta makobillari M, berdintza au dator $O = 1/2 M \times ze$.

Oboak, makobillaren erdia eta zillerdia alkar-aldiztuak balio.

LENENGO ONDOREA.— Oboaren zabala neurtzeko, pi eta zillerdia bikondetua alkar-aldiztu.

Izan ere, makobilla $2PI/ze$ dan ezkerro (205, 2), oboa $1/2 \times 2PI/ze \times ze$ dezu.

Au laburtuaz: oboa = $PI \times ze^2$ dezu (PI eta zillerdia bikondetua alkar-aldiztuak).

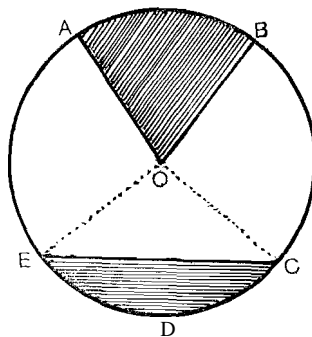
BIGARREN ONDOREA.— Obo-zatiaren zabala neurtzeko, makoa-ren erdia eta zillerdia alkar-aldiztu (91).

Bedi OABO obo-zatia (109 garren irudia).

Obo-zatia zokodi-zatitzat artuko bagendu, oñazpi AB-makoa izango luke, eta OA-zillerdia berun-lerro.

IRUGARREN ONDOREA.— Obo-pusketaren zabala neurtzeko (oboaren erdia baño aundiagoa baldin bada) jarriozu bere obo-zatiari zillerdiek eta ariak egiten duten irukia; eta (oboaren erdia baño txikiagoa baldin bada) kenduiozu obo-zatiari iruki ori.

Orrela 109 garren irudian, AECBA obo-pusketa (91),



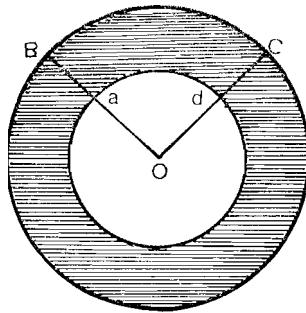
(109 gn. irudia)

OEABCO obo-zatia eta OEC-irukia ainbat dezu;
 ECD obo-pusketa berriz,
 OEDCO obo-pusketari OEC-irukia kenduta ainbat dezu.

LAUGARREN ONDOREA.— Koroia ren zabala neurtzeko, obo aundienaren zabalari, obo txikiarena kendu.

Ikusi ezazu 110 garren irudia.

BOSGARREN ONDOREA.—Obo-zati bizlridunaren zabala neurtzeko, obo-zati oundienarL obo-zati txikiena kendu.



(110 gn. irudia)

Orrela 110 garren irudian, BCdaB obo-zati bizkidunaren zabala (92), OBCO obo-zatiari OadO obo-zatia kenduta ainbat dezu.

218. Edozein irudi txapal baten zabala neurtzeko, zati ezazu bear-ainbat aldiz; eta, zati bakoitza neurgarri egiten dezularik, guzti oyen zabalak batera-itzazu, eta or daukazu irudi txapal osoaren zabala.

XXIV GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Ez da emen itz berezirik agertzen.

IRUDI TXAPALEN ZABALAK BATA BESTEAREN ALDEAN

219. AZALKIZUNA.

- 1) **Bi irukien zabalek, eta beren goibe-oñazpi alkar-aldiztuek, alkar-neurtzen dute.**
- 2) **Oñazpi berdiñak baldin badituzte, irukien zabalek eta beren goibeek, alkar-neurtzen dute.**
- 3) **Goibe berdiñak baldin badituzte, irukien zabalek eta beren oñazpiek, alkar-neurtzen dute.**

1) Bedi T-irukia; bitez B/A onen oñazpia eta goi-bea;
bedi ere t-irukia, eta b/a onen oñazpia eta goi-bea.

213 garren zenbakian ikusi degunez, $T = 1/2 B \times A$ dezu.
(T-irukia, bere goibe-oñazpi alkar-aldiztuen erdia dezu).

Orobat, $t = 1/2 b \times a$ (t-irukia, bere goibe-oñazpi alkar-aldiztuen erdia dezu).

r., u ,, ,, , T 1/2 B x A
Bi berdintza auetatik, beste dator: $\frac{\quad}{t} = \frac{\quad}{1/2 b \times a}$

Onela irakurri:

T t-ren aldean,

B/A alkar-aldiztuen erdia, b/a alkar-aldiztuen erdiaren aldean aibat dezu.

$$\text{Au bera laburtuaz} \frac{\quad}{t} = \frac{\quad}{b \times a}$$

Onela irakurri:

T t-ren aldean, B/A alkar-aldiztuak, b/er alkar-aldiztuen aldean ainbat dezu.

$$2) \text{ B/b berdiñak balira, lengo berdintza ontara letorke: } \frac{T}{t} = \frac{A}{a}$$

(T-irukia t-irukiaren aldean, A-goibea a-goibearen aldean ainbat dezu).

Edo berdín dana:

Bi irukiek eta beren bi goibeek alkar-neurtzen dutela.

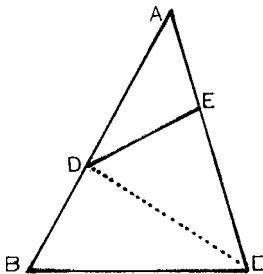
$$3) \text{ A/a berdiñak balira, lengo berdintza ontara letorke: } \frac{T}{t} = \frac{B}{b}$$

(T-irukia t-irukiaren aldean, B-oñazpia b-oñazpiaren aldean ainbat dala).

Edo berdín dana:

Bi irukiek eta beren bi oñazpiek alkar-neurtzen dutela.

220. AZALKIZUNA.—Zoko bera duten bi irukiek, eta zoko oyen bina mugalde alkar-aldiztuek, alkar-neurtzen dute.



(111 gn. irudia)

Bitez ABC/ADE irukiak (111 garren irudia).

A-zokoa bi irukiena da.

Egizu DC-lerroa; eta ABC/ADC irukiek, AB/AD oñazpitzat dutelarik, goibe berdiña dute (41).

	ABC	AB
Orregatik (219), berdintza au dator	ADC	AD

Onela irakurri:

ABC ADC-ren aldean, AB AD-ren aldean ainbat dezu.

Era berean,

ADC/ADE irukiek, AC/AE oñazpítzat dutelarik, goibe berdiña dute.

	ADC	AC
Onegatik, berdintza au dator	ADE	AE

Onela irakurri:

ADC ADE-ren aldean, AC AE-ren aldean ainbat dezu.

Berdintza auek beren artean alkar-aldiztuaz, beste au dator

ABC x ADC	AB x AC
ADC x ADE	AD x AE

Onela irakurri:

ABC/ADC alkar-aldiztuak, ADC/ADE alkar-aldiztuen aldean, AB/AC alkar-aldiztuak, AD/AE alkar-aldiztuen aldean ainbat ditzuzu.

Eta ori laburtuaz, onela gelditzen da $\frac{\text{---}}{\text{ADE}} = \frac{\text{---}}{\text{AD x AE}}$

Onela irakurri:

ABC ADE-ren aldean; AN/AC alkar-aldiztuak, AD/AE alkar-aldiztuen aldean ainbct dezu.

Edo berdin dana:

ABC-irukia ADE-irukiaren aldean,

AB/AC (A-zokoaren mugalde) alkar-aldiztuak,

AD/AE (A-zokoaren mugalde) alkar-aldiztuen aldean ainbat dezu.

221. AZALKIZUNA.— 1) Bi zokodi cmtz-kideen zabalek, eta beren era-bereko mugalde bikondetuek, alkar-neurtzen dute.

2) Mugalde sail-bera duten neur-bereko bi zokodiek, eta beren zillerdi bikondetuek, edo beren berun-lerro bikondetuek, alkar-neurtzen dute.

1) Bitez bi iruki antz-kide.

219 garren zenbakian esan deguez, $\frac{\quad}{t} = \frac{\quad}{b \times a}$

Onela irakurri:

T-irukia t-irukiaren aldean; B/A (goibe-õnazpi) alkar-aldiztuak, b/a (goibe-õnazpi) alkar-aldiztuak ainbat, dezu.

Bañan $\frac{B}{b} = \frac{A}{a}$ bait-da, (B b-ren aldean, A a-ren aldean ainbat);

$$\frac{B}{b} \sqrt{\frac{A}{a}} = \frac{B}{b} - \sqrt{\frac{B}{b}}$$

berdinak dira.

Onela irakurri:

B b-ren aldean eta A a-ren aldean, alkar-aldizturik,

B b-ren aldean, eta B b-ren aldean, alkar-aldizturik ainbat dira.

Edo berdina: $\frac{\quad}{b} \sqrt{\frac{\quad}{a}} = \frac{\quad}{b'}$

Onela irakurri:

B b-ren aldean eta A a-ren aldean, alkar-aldizturik,

B-bikondetua b-bikondetuaren aldean ainbat dituzu.

Eta ori bera aurreneko berdintzan ipiñiaz, beste au dator: $\frac{T}{t} = \frac{B^2}{b^2}$

Onela irakurri:

T t-ren aldean, B-bikondetua b-bikondetuaren aldean ainbat dezu.

Ori bera gertatuko litzake, beste era-bereko mugaldek õnazpizat artuko bagenu;

eta irukiei buruz dioguna, edozein zokodi antz-kídei buruz esan dezakegu.

Izan ere (161) bi zokodi antz-kide edozein izanda, biak era-berean zatituta, zenbait iruki antz-kide egingo genituzke; eta zokodi baten irukiei I/I/I" eta abar, bestearen irukiei i/i/i" eta abar, baten mugaldee M/M'/M" eta abar, eta bestearen era-bereko mugaldei m/m'/m" eta abar deituz, onoko berdintza auek egingo genituzke:

Lenengo írúkian $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Onela irakurri:

I i-ren aldean, M-bikondetua m-bikondetuaren aldean ainbat dala.

$$\text{Urrango irukian} \quad \begin{array}{l} \mathbf{I} \\ i \end{array} \quad \begin{array}{l} M^2 \\ m^2 \end{array}$$

Berdin irakurri.

$$\text{Beste irukian} \quad \begin{array}{l} i'' \\ i \end{array} \quad \begin{array}{l} M''^2 \\ m''^2 \end{array}$$

Berdin irakurri.

Eta orrela gañantzeko iruki guztietan.

Bañan zokodi antz-kide diranez, bi berdiníza auek datoz:

$$\text{a) } \frac{M}{m} = \frac{M'}{m} = \frac{M''}{m} \text{ (Berdin irakurri)}$$

$$\text{b) } \frac{M^2}{m^2} = \frac{M'^2}{m'^2} = \frac{M''^2}{m''^2} \text{ (Berdin irakurri)}$$

$$\text{Eta berdintza-sail au:} \quad \begin{array}{l} I \\ i \end{array} \quad \begin{array}{l} I' \\ i' \end{array} \quad \begin{array}{l} I'' \\ i'' \end{array} \quad \begin{array}{l} M^2 \\ m^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} M'^2 \\ m'^2 \end{array} \quad \frac{M''^2}{m''^2}$$

Azkenik $I + I' + I''$ lenengo zokodia (Z) osatzen dutenez, eta $i + i' + i''$ beste zokodia (z); berdintza au dator

$$\frac{Z}{z} = \frac{M^2}{m^2} = \frac{M'^2}{m'^2} = \frac{M''^2}{m''^2} \text{ eta abar.}$$

2) Bigarren txatal au, errez atera ditekete lenengotik.

Izan ere, neur-bateko bi zokodi antz-bide diranean (162),

oyen mugaldeen, zillerdiek, eta berunek alkar-neurtzen dute (185);

baita mugaldeak eta berun-lerroak bikondetzen baditugu ere.

$$\text{Ortaz berdintza au dator } \frac{Z}{z} = \frac{M^2}{m^2}$$

Onela irakurri:

Zokodi bata (ingurumena) beste zokodi antz-kidearen aldean, lenengoaren mugalde bikondetua, bestearen mugalde bikondetua ainbat bala.

Bañan 185, 2 garren zenbakian adierazi genduanez,

$$\begin{array}{ccc} M & Ze & G \\ m & ze & g \end{array}$$

Onela irakurri:

Lenengo zokodiaren mugaldea, bestearen mugalde aldean;
lenengoaren zillerdia, bestearen zillerdia aldean ainbat dezu;
eta lenengoaren goibea, bestearen goibe aldean ainbat.

$$\text{Eta berdin dana: } \frac{M^2}{m^2} = \frac{Ze^2}{ze^2} = \frac{G^2}{g^2}$$

Onela irakurri:

Lenengo zokodiaren mugalde bikondetua, bestearen mugalde bikondetu aldean;
lenengoaren zillerdia bikondetua, bestearen zillerdia bikondetu aldean ainbat dala;
eta bestearen goibe bikondetu aldean ainbat.

$$\text{AzkemK: } \frac{Z}{z} = \frac{M^2}{m^2} = \frac{Ze^2}{ze^2} = \frac{G^2}{g^2}$$

Onela irakurri:

Lenengo zokodia, bigarren zokodiaren aldean;
lenengoaren mugalde bikondetua, bestearen mugalde bikondetu aldean ainbat dala;
berebat, lenengoaren zillerdia bikondetua,
bestearen zillerdia bikondetu aldean ainbat;
eta lenengoaren goibe bikondetua,
bestearen goibe bikondetu aldean ainbat.

222. ONDOREA.—**Bi oboen zabalek, eta beren zillerdia bikondetuek (zil-lerro bikondetuek bezela) alkar-neurtzen dute.**

Ba-dakizu, bi oboak, neur-bateko eta mugalde-sail bereko, bi zokodi bezela artu genezazkela; eta zillerdia bikondetuek, eta zil-lerro bikondetuek alkar-neurtzen dutela.

Orretzaz gañera, oboaren araubidea gogoratuaz, bi berdintza auek datoz:

$O = PI \times ze^2$ (O-oboaren zabala neurtzeko, PI eta zillerdi-bikondetua alkar-aldiztu)

$O' = PI \times ze'^2$ (O'-oboaren zabala neurtzeko, PI eta zillerdi-bikondetua alkar-aldiztu).

Bi auetatik beste au dator: $\frac{O}{O'} = \frac{PI \times zG^2}{PI \times ze'^2} = \frac{ze-}{ze'^2}$

Obo baten zabala, beste oboaren zabal aldean;
lenengoaren zillerdi-bikondetua eta PI alkar-aldiztuak,
bestearen zillerdi-bikondetua eta PI alkar-aldiztuen aldean, ainbat dala.

Eta lenengoaren zillerdi-bikondetua,
bestearen zillerdi-bikondetu aldean ainbat.

Bañan zillerdiek eta zil-lerroek alkar-neurtzen bait-dute;
baita zillerdi-bikondetuek eta zil-lerro bikondetuek ere.

Orregatik, azken-berdintza auker datoz: $\frac{O}{O'} = \frac{ze^2}{ze'^2} = \frac{z^2}{z'^2}$

Onela irakurri:

Obo baten zabala, beste oboaren zabal aldean;
lenengoaren zillerdi-bikondetua, bestearen zillerdi-bikondetuaren aldean ainbat dezu;
eta lenengoaren zil-lerro bikondetua,
bestearen zil-lerro bikondetuaren aldean ainbat.

223. AZALKIZUNA.—Iruki zoko-tentedun baten zear-lerroa, eta bi lerro-zutak, era-bereko mugalde arízen dituzula, bi zokodi antz-kide egiten badituzu mugalde oyen gañetan; zear-lerroaren gañean egindako zokodiak, beste biek ainbat sabal dizu.

Bitez (a) zear-lerroa, b/c lerro-zutak,
eta A/B/C oyen gain banetan egindako zokodiak.

Arestian (221) ikusi degunez, $\frac{A}{B} = \frac{a^2}{b^2}$ dezu.

(A B-ren aldean, a-bikondetua b-bikondetuaren aldean ainbat)

Eta $\frac{A}{a^2} = \frac{B}{b^2}$

(A a-bikondetuaren aldean, B b-bikondetuaren aldean ainbat)

$$\text{Baita } \frac{B}{C} = \frac{b^2}{c^2}$$

(B C-ren aldean, b-bikondetua c-bikondetuaren aldean ainbat)

$$\text{tfaita ere } \frac{b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2}$$

(B b-bikondetuaren aldean, C, c-bikondetuaren aldean ainbat).

$$\text{Oyetatik berdintza-sail au dator: } \frac{A}{-2} \frac{B}{b^2} \frac{C}{c^2}$$

(A a-bikondetuaren aldean, B b-bikondetuaren aldean ainbat dezu, eta C c-bikondetuaren aldean ainbat).

$$\text{Bañan } a^2 = b^2 + c^2$$

(a-bikondetua, b/c bikondetuak ainbat dezu) (165)

$$\text{Eta orregatik } A = B + C$$

A-zokodiaren zabalak, B/C zokodien zabalak ainbat dezu.

ONDOREAK.—1) Zear-lerroaren gañean egindako zokodiaren bikondeak, lerro-zutetan egindako zokodien bikondea balio du.

2) Zear-lerroaren eta lerro-zuten neurritako zillerdiz (edo zil-lerroz iru makobil egin; eta beroyetan neur-bateko zokodiak (naiz barren, naiz kanpo) eratzen baditugu; lenengo makobillan egindako barren-kanpo zokodiak, bestean egindako biek ainbat balio.

3) Zear-lerroaren neurriko zillerdiz (edo zil-lerroz) egindako oboaren zabalak, lerro-zuten neurriko zillerdiz (edo zil-lerroz) egindako bi oboen zabalek oinbat balio.

Artzazu gogoan, aurreko azalkizunean esan deguna.

XXV GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Laukifu=hacer que sea cuadrilátero. Zokodía laukitu (laukí egin)= Convertir un polígono en cuadrilátero. Reducir a cuatro lados.

Laukitasuna=la cuadratura. La cuadratura del círculo=Oboaren laukitasuna.

Iiurena edo iutik bat=el tercio. La tercera parte.

Laurdena edo lautik bat=la cuarta parte.

Bostena edo bostetik bat=la quinta parte.

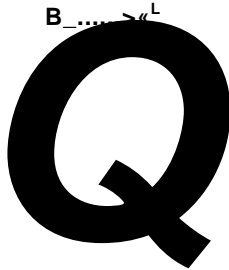
Millenct edo millatik bat=la milésima parte.

ZENBAIT IRUDI-ANTOLATZE

ETA

ZENBAIT ARKIGARRI

**224. LENENGO IRUDI-ANTOLATZE.—Zokodi bot izanda, antola-
-ezazu bestea, balio berekoa, eta mugalde bot gutxiago dezana.**



(112 gn. irudia)

Bedi ABCDEF zokodia (112 garren irudia).

A/C lotu-itzazu; DC-mugaldea luza-ezazu, eta egizu ML AC-ren bizkia (DC jotzeraño).

Orain A/L lotuaz, ALDEF-zokodia ABCDEF-ren neurriko dezu (balio-bereko), eta mugalde bat dizu gutxiago.

Izan ere, ABC/ALC irukiak (AC-lerroa oñazpi dutelarik) goibe bera dute (75, 2); eta balio-bereko díra (213).

Oraín ACDEF-zokodiari ABC-irukia gaintzen badiogu, emandako ABCDEF-zokodia egin degu;

eta ALC-irukia gaintzen badiogu, ALDEF-zokodia.

Orregatik balio-bereko dituzu.

225. BIGARREN IRUDI-ANTOLATZEA.—Biurtu-ezozu zokodia, balio-bereko iruM.

Aurreko irudiketean egin deguna, egizu bein-ta-berriz,

beti balio-bereko zokodiak sortuaz;

eta egin-bakoítzean mugalde bat kentzen dezun ezker,

azkenerako irukia egingo dezu.

226. IRUGARREN IRUDI-ANTOLATZEA.—Biur-ezazu irakia, balio-bereko lauki.

Erdibi-zazu oñazpia,

billa-zazu erdi onen eta goibearen arteko neurpena, (175 garren zenbakian bezela);

eta lerro orixe dezu, laukiaren mugaldea (irukiaren balio-berekoa).

Izan ere, alkarren arteko neurpen edo lauki-mugalde orri m deítuaz, berdíntza au dator:

$$1/2 a : m : : m : g$$

(Oñazpiaren erdia mugalde-aldean, mugaldea goibe-aldean ainbat)

$$\text{Baita ere } a : m : : m : 1/2 g$$

(Oñazpia mugaldearen aldean, mugaldea goibe-erdiaren aldean ainbat)

$$\text{Eta bi auetatik, beste au } m^2 = 1/2 ag$$

(Mugalde bikondetua, oñazpi-goibe alkar-aldiztuen erdia).

Mugalde-bikondetua laukiaren zabala da;

oñazpi-goibe alkar-aldiztuen erdia, irukiaren zabala.

Beraz, irukiaren balio-bereko laukía egin dezu.

227. OARRA.—Onelatsu, edozein irudi laukitu (lauki biurtu) zenezake; irudiaren zabala neurtzeko araubiderik baldin badaukazu. Adibidez, **Parebiduna** laukitzeko, **billa-etzazu oñazpi-goibeen arteko** alkar-neurpena.

Bizkiduna laukitzeko, bi oñazpiak bat-egin itzazu, eta oyen erdiaren eta goibearen arteko alkar-neurpena billa-etzazu.

Neur-bateko zokodia laukitzeko, ingurumen-erdiaren eta berun-leerroaren arteko alkar-neurpena billa-etzazu.

Eta modu ontantxe gañantzeko zokodiak laukitu zenezazke.

228. LAUGARREN IRUDI-ANTOLATZEA.—**Nola laukituko zenduke edozein zokodi?**

Aurrenik zokodia biur-etzazu iruki (225);

irukia au biur-etzazu balio-bereko lauki (226);

eta lauki au zokodiaren balio-bereko dezu.

229. BOSGARREN IRUDI-ANTOLATZE.— **Gutxi-gora-bera laukitu ezazu oboa.**

Ortarako billatu bear dezu, makobil-erdiaren eta zillerdiaren arteko alkar-neurpena; eta lerro ori mugalde dezularik, egizu oboaren neurri berdintsuko laukia.

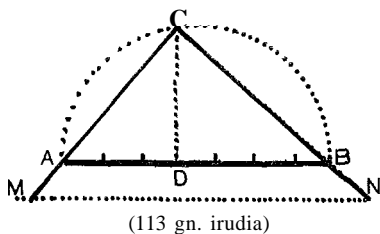
230. OARRAK.— 1) Ez pentsatu, orain esan degunakin, **oboaren laukitasuna** billa-nairik gabiltzanik. Makobillaren luzea ezin diteke irudi-bidez arkitu; eta oboaren zabala ezin diteke zearo neurtu, Piren balioa neur-eziña bait-da.

2) Beste modu berdintsu bat ere ba-dago, edozein irudia laukitzeko. Billa-etzazu aren zabalera, atera-etzazu orren bigarren eineko erroa, eta orixe dezu, balio-bereko laukiaren mugaldea.

Orrela, irudi baten zabalera $1,44\text{m}^2$ baldin bada, aren balio-bereko laukiaren mugaldea \ 1,44 izango da (1,44-ren bigarren eineko erroa) = 1,2 m. Metro bat ete bi metro-amarren.

231. SEIGARREN IRUDI-ANTOLATZEA.—**Zokodi bot izanda. egio-**

zu beste antz-kidea, eta beren zabaltasunek alkarren arteko neurpen jakiña ízan dezatela, adibidez irutik lau.



Bedi AB lerro-zuzena (113 garren irudia).

Bere ortan artzazu iru ditun AD-zatia; eta lau ditun DB-zatia.

AB zil-lerro dalarik, egizu ACB makobil-erdia; D-puntuan jaso eza zu lerro-tentea; egizkizu CA/CB lerro azkenik-gabeak; Ca-lerroan artzazu CM-zatia (emandako zokodiaren mugalde baten neurrikoa); eta MN-lerroa AB-ren bizkia egiñik, CN-zatia era-bereko zokodi berriaren mugalde dezu.

Gero, 173 garren zenbakian esan degunez, egizu mugalde orren gañean, emandako zokodiaren antz-kidekoa; eta orixe da nai degun zokodia.

Izan ere, ACB/MCN iruki antz-kidetan, berdintza au dator:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{CM}{CN}$$

(CA CM-ren aldean, CB CN-ren aldean ainbat).

Ortik bernz, beste au dator:
$$: \frac{CA}{CB} = \frac{CM}{CN}$$

CA CB-ren aldean, CM CN-ren aldean ainbat)

Baita beste au ere:
$$\frac{CA^2}{CB} = \frac{CM^2}{CN^2}$$

(CA-bikondetua CB-bikondetuaren aldean, CM-bikondetua CN-bikondetuaren aldean ainbat dezu).

Bañan 164,3 garren zenbakian diogunez:

$$\frac{CA^2}{CB^2} = \frac{AD}{BD}$$

(CA-bikondetua CB-bikondetuaren aldean, AD BD-ren aldean ainbat dezu).

$$\text{Edo berdín dana: } \frac{CA^2}{CB^2} - \frac{3}{4}$$

(CA-bikondetua CB-bikondetuaren aldean, iru lau-ren aldean ainbat dezu).

$$\text{Ortcz beste berdíntza au dator: } \frac{CM^2}{CN^2} = \frac{3}{4}$$

(CM-bikondetua CN-bikondetuaren aldean, iru lau-ren aldean ainbert dezu).

Bañan CM/CN lerroak, Z/Z' zokodien era-bereko mugalde diralako:

$$\sim Y = \frac{Z}{CN^2} = \frac{CM^2}{CN^2}$$

(Z-zokodia Z'-zokodiaren aldean, CM-bikondetua CN-bikondetuaren aldean ainbert).

$$\text{Eta azkenik: } \frac{\quad}{Z'} = \frac{\quad}{4}$$

(Z-zokodia Z'-zokodiaren aldean, iru lau-ren aldean ainbat dezu).

OARRA.—Era modu ontctn jardunik, eta CM-lerroa, emandako oboaren zillerdi (naiz zil-lerro) balitz; CN-lerroa, beste obo baten zillerdi (edo zil-lerro) izango litzake; eta azkenengo obo au, lenengo oboaren aldean, AD-lerroa DB-lerroaren aldean ainbat izango.

232. LENENGO ARKIGARRIA.— **Arki-ezazu zenbat zabal dun bizkidun batek, bere oñazpiek lau ta sei metro, eta goibeak zortzi metro baldin badituzte.**

$$Z = 1/2(4 + 6) \times 8 \text{ ditu.}$$

(Bizkidunaren zabala neurtzeko, lau ta sei erdibitu, eta ori zortzi aldiz artu).

$$\text{Edo berdín dana: } 5 \times 8 = 40 \text{ m}^2$$

(Bost zortzi-aldiz artu ezker, berrogei metro bikonde dituzu).

BIGARREN ARKIGARRIA.— Arki- ezazu zenbot zabal dun obo batek, bere zillerdiak amar metro boldin baditu.

$$Z- 3,1416 \times 10^2$$

(Oboaren zabala neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu 3,1416 eta ermar bikondetua).

Edo berdin dana: $3,1416 \times 100$.

(Alkar-aldiztu itzazu 3,1416 etcr eun).

IRUGARREN ARKIGARRIA.— Arki- ezazu zenbat zabal dun ozo-zoti botek, bere makoak irurogei malla baldin baditu, eta zillerdiak lau metro.

Makobillaren luzea, 2PIze izanik (PI-bi ze-aldiz),

$2 \times 3,1416 \times 4$ dezu; (3,1416 bi-aldiz artu, eta ori lctu aldiztu).

Edo berdin dana: $6,2838$ lau aldiz = $25,12$ m (Ogei tct bost metro, amabi eunen).

$$\text{Irurogei mallako makoak, beraz, au balio: } \frac{25,12}{36} \times 60 = 4,18 \text{ m}^2$$

Onela irakurri:

Irugei mallako makoaren balioa neurtzeko,

$25,12$ 36 -ez zatitu, eta ori 60 -aldiz artu. (Lau metro, emezortzi eunen).

$$\text{Eta obo-zatiaren zabala neurtzeko } \frac{4,18 \times 4}{2} = 8,36 \text{ m}^2$$

Onela irakurri:

$4,18$ lau-aldiz artu, eta orren erdia atera. (Zortzi metro bikonde, ogei ta amasei metro-eunen).

LAUGARREN ARKIGARRIA.— Arki- ezazu zenbot zabal dun obo-pusketa batek, bere makoak irurogei malla baldin baditu, eta zillerdiak lau metro.

Arestian esan degunez, obo-zatiaren zabala $8,36$ dezu (zortzi metro bikonde, ogei ta amasei eunen).

Billa dezagun orain iruki baten zabalera.

Iruki orren oñazpia, zillerdiaren neurriko aria dezu;

goibea, irukiaren lerro-zut bat;
irukiaren zear-lerroa zillerdia dezu; eta beste lerro-zuta, aríaren
ardia.

Ortaz, irukiaren goibea au dezu: $\sqrt{4} = 2^2$

Onela irakurri:

Irukiaren goibea neurtzeko, lau-bikondetuari bi-bikondetua kendu,
eta orren bigarren eineko erroa dezu.

Edo berdin dana: $4 / \sqrt{2} = 3,46 \text{ m}^2$

amabi-ren bigarren eineko erroa. (Iru metro, berrogei'ta sei eunen).

Ortaz, irukiaren zabalera au da:

$$Z = 1/2(4 \times 3,46) = 6,92 \text{ m}^2$$

Onela irakurri:

4 3,46-aldiz artu, eta orren erdia dezu. (Sei metro bikonde, larogei ta
amabi eunen).

Ortaz, obo-pusketaren zabalera cru da:

$$Z = 8,36 - 6,92 = 1,44 \text{ m}^2$$

Onela irakurri:

Obo-pusketaren zabalera neurtzeko,
8,36-ri 6,92 kenduiozu, eta 1,44 m^2 dezu (Metro bikonde, berrogei ta
lau eunen).

XXVI GARHEN IKASKAIA

Itz.bereziak

Korputz-neurketa=medición de cuerpos geométricos. Geometría de las magnitudes tridimensionales. Geometría del espacio. Iru neurriak dituzten korputzen aundiera neurtzea.

Alkar-tente=perpendiculares entre sí.

Alkar-zear=oblícuos entre sí.

Aren tentea=perpendicular a aquel. Es perpendicular a todas las líneas =
= Lerro guztien tentea da.

Biderdiko izan = ser equidistante. Superficie plana trazada en el medio o punto equidistante de una recta = Lerro-zuzen orren biderdiko zabalgunetentea.

Lerro-zuzenaren zabalgunezoko = Angulo de una recta con un plano. Ikusi 243 garren zenbakia.

KORPUTZ-NEURKETA

LERRO-ZUZENAK ETA ZABALGUNEAK

NOIZ DIRAN ALKAR-TENTE ETA NOIZ ALKAR ZEAR

233. Lerro-zuzena eta zabalgunea alkar-tente dirala esateko, lerro-zuzen orrek, eta bere oñazpitik (zabalgunea berean) pasatzen diran lerro-zuzenek, alkar-tente izan bear dute.

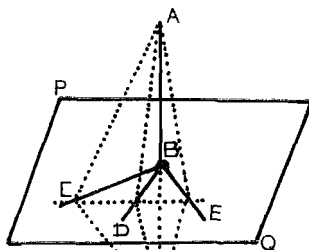
Lerro-zuzen batek zabalgunearen tente izateko,

naikoa du, oñazpiko bi lerroen tente izatea.

Izan ere, bien tente izan ezkerreko, zabalguneko guztien tente baita.

Ikusi dezagun nola.

234. AZALKIZUNA.—Lerro-zuzen bat, bere oñazpitik (zabalgunea berean) pasatzen diran bi lerro-zuzenen tente baldin bada: oñazpi ortatik (zabalgunea berean) igaroko liraken lerro-zuzen guztien tentea dezu.



"fA

(114 gn. irudia)

AB lerro-zuzena (114 garren irudia) BC/BE lerroen tentea baldin bada, BD-ren tentea dala ere diogu; iru lerroak PO-zabalgunean daudelarik.

BD-lerroaren D-puntutik, egizu CE-lerroa (BC/BE ebakitzen ditun lerroa). Luza-ezazu AB-lerroa (PO zabalgunearen oñazpitik) A-punturaño, BA' AB-ren neurriko dalarik; eta bi puntu auek (A/A') C/D/E puntuekin lotuaz, ara zer gertatzen dan:

C-puntua CB-lerroaren muturrean dagoalako, eta CB-lerroa AA'-lerroaren biderdiko tentea dalako, CA/CA' berdiñak dituzu; baita EA/EA' ere.

Ortaz ACE/A'CE iruki berdiñak dira (66, 4); eta ala diralako, ACD/A'CD zoko berdiñak dituzu. Era berean, oyek zoko berdiñak diralako, AD/A'D lerro berdiñak dítuzu.

Beraz, DB-lerroa AA'-ren tentea dezu, D/B puntuak A/A' puntuen biderdian bait-daude (50, 2). Eta orregatik, AB-lerroa BD-ren tentea dezu.

ONDOREA.— Lerro-zuzentren bi ertz-muturren biderdian arkitzen diran puntu guztien Jeometri-lekua, lerro orren biderdiko zabalgune-tentea dezu.

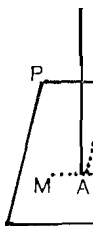
235. Lerro-zuzena eta zabalgunea noiz alkar-tente diran adierazteko, gogora-dezagun bi lerroen tente-izateari buruz esan gendua-na (41).

Alegia, **Puntu batetik zabalgunete boti, lerro-tente bakarra altxa de-zaiokegula, eta alabereon, lerro-zuzen bati zabalgunete-tente bakarra.**

Biak banaka ikusi ditzagun.

236. AZALKIZUNA.— Puntu **batetik zabalgunete bcti, lerro-tente ba-karra jaso dezaiokegu.**

Puntu ori zabalgunete-barruan, ala zabalgunetik kanpoan gerta di-teke.



11'15 gn. irudia)

1) Bedi A-puntua PQ-zabalgunete barruan (115 garren irudia).

Bi lerro-tente altxatzerik balego, (AB/AC) , oyen oñazpitan epai-zabalgunete bat eginda, MN-lerroaren tente izango lirake; lerro au zabalgunete berean arkitzen dalako (233).

Eta ortaz puntu batetik eta zabalgunete berean, lerroaren bi tente (bi lerro-tente) ikusiko genituzke. Eta ori ezin diteken gauza da.

2) Bedi D-puntua PQ-zabalgunetez kanpoan.

DE/DF lerroak, zabalgunetearen tente balira,

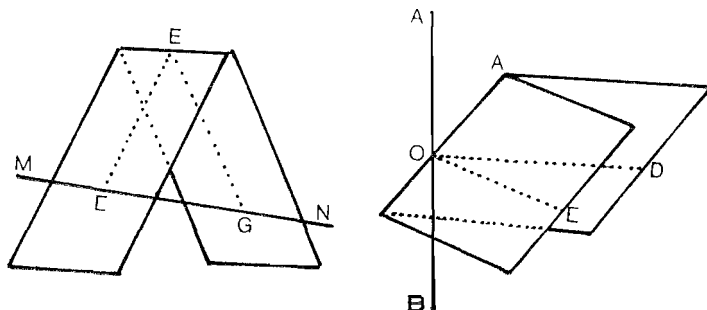
oyen oñazpitan epai-zabalgunete egin ezkeru,

bi zabalguneten arteko epai-lerroaren (MN) tente izango lirake.

Eta ortaz puntu batetik eta zabalgunete berean...

BIGARREN AZALKIZUNA.— Puntu **batetik lerro-zuzen boti, zabal-gunete bakarra jaso dezaiokegu.**

Puntu ori lerro-zuzenaren barruan, ala lerro-zuzenez kanpotik arkiteteke. Biak banaka ikusi ditzagun.



(116 g.n. irudia)

1) Bedi O-puntua AB-lerroaren barruan (116 garren irudia). Lerro-zuzen orri bi zabalgunetente altxatzerik izatekotan, AB-lerrotik (biak ebaki ditzan zabalgunea) pasa-arazi ezker, AB-lerroa eta OD/OC epai-lerroak alkar-tente izango lirake. Eta ortaz puntu batetik eta zabalgunetente berean...

2) Bedi E-puntua MN lerro-zuzenez kanpotik dana. Lerro-zuzen orri, bi zabalgunetente altxatzerik balego, E-puntutik eta MN-lerrotik (bi zabalgunetente ebaki-ditzan bestea) pasa-arazita, MN-lerroa eta EF/EG epai-lerroak, alkar-tente izango lirake. Eta ortaz puntu batetik eta zabalgunetente berean...

237. Lerro-zuzen bati, zabalgunetentea egiten badiogu, pentsa-dezagun zabalgunetente ori, azken-gabe lerro-zuzenez osatua da-goala; eta azken-gabeko lerro-zuzen oyeke arekin alkar-tente dirala. Orregatik, lerro-zuzenaren edozein puntu batetik, azken-gabe lerro-tente altxa dezaizkiokegu ari; eta lerro-tente guzti oyeke, beren zabalgunetentea izango luteke jeometri-leku.

AZALKIZUNA.—Lerro-zuzen bati (puntu batetik) egiten dizkiogun lerro-tente guztiek, aren zabalgunetentea dute beren Jeometri-leku.

A

————— I o

B|

(1,17 gn. irudia)

Begira-dezaiogun 117 garren irudiari.

PO-zabalgunetik kanpoan dagoan OC-lerroa, adibidez, AB-ren tentea balitz, ara zer gertatuko litzaken:

PO-zabalgunea ebaki-dezan beste zabalgunea, AB/OC lerroetatik pasa arazi ezker, OD epai-lerroa AB-lerroaren tentea izango litzake;

eta ortaz puntu batetik (AOC-zabalgune berean) AB-ren bi lerro-tente (OC/OD) izango lirake; eta ori ezin diteken gauza da.

238. Puntu batetik zabalgune batera egindako 2erro-tentea, ondik oni egin dezaiokegun lerrorik motxena degu; eta alaberean, puntu batetik zabalgune batera egindako lerroa, izan diteken lerrorik motxena baldin daba, aren tentea degu.

Emen dicguna egiztatzeko, begira-dezaiogun 118 garren irudiari; izan ere, AO-lerroa tentea dan ezker, eta AC-lerroa zear-lerro, AOC-irukian AO lerro-zuta dezu, eta AC zear-lerro; beraz AO AC dezu (AO AC-baño txikiago).

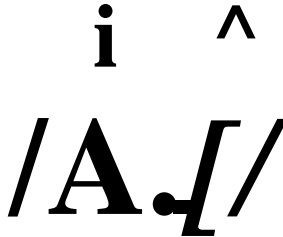
Bigarren txatala egiztatzeko, ez aaztu 44 garren zenbakian geniona.

239 ONDOREA.— Puntu batetik zabalgunerako biderik motxena, andik oni egindako lerro-tentea dezu.

240. Orain darabilkigun gaia, eta 45/47 garren zenbakietan erabilia, oso antzeko dituzu; eta len esan genduana, berriz diogu: puntu batetik zabalgune batera, lerro-tente bat eta zenboit zear-le-

erro egiten baditugu; tentetik berdúi aldentzen dircm zear-lerroak, berdiñak dira; eta geienik urrutitrotzen dana, uraxe da aundiena. Eta ori bera alderantzian.

Bañan emen esanak obeto egiztatzeko, banaka ikusi ditzagun.



CI-8 gn. irudia)

Q

1) OD-lerroa OE-ren neurriko baldin bada (118 garren irudia), AOD/AOE iruki zoko-tente-dunak berdiñak dítuzu (66, 3); eta orregatik AD/AE lerro berdiñak.

2) OB-lerroa OD-baño aundiago baldin bada, OB-lerroan OC-zatia (OD-ren neurriko) arturik, AC/AD berdiñak dítuzu, esan degunez, bañan AB AC-baño aundiago (45).

Orregatik AB ere AB-baño aundiago dezu.

241. ONDOREAK. 1) Puntu **botetik zabalgunee botera, lerro-tentee eta zenbait zear-lerro berdiñak botatzen badituzu:**

- a) **Zear-lerroek makobilla egiten dute zabalgunean.**
- b) **Makobilkren erdia, lerro-tenteearen oñazpia dezu.**
- c) **Zillerdia, lerro-tenteearen oñazpitik zear-lerroen oñazpietarañoko tartee dezu.**
- d) **Makobilla berriz, zear-lerroen oñazpien Jeometri-leku dezu.**

2) **Makobillaren puntuen biderdion dauden puntu guztiak, makobillaren biotzera egindako lerro-tenteean arkitzen dira.**

Orregatik, **lerro-tente ori biderdiko** puntuen Jeometri-leku dezu.

242. AZALKIZUNA.— Zabalgune batean lerro-zuzen bat baldin badaukazu; eta, zabalguneari lerro-tentee egiñik, onen oñazpitik, lerro-zuzenari tentee egiten badiozu:

Iku-puntu au, eta aurreneko tentearen edozein puntu, ikutuko lituzken lerroa, zuk daukazun lerro-zuzenaren tentea izango zenduke.

Bitez 119 garren irudian, OA-lerroa (PQ-zabalgunearen tentea); eta AB CD-ren tentea (PQ-zabalgunean dagoana).

Artzazu BC lerro-zatia, BD-ren neurrikoa; eta lotu C/D eta A/O puntuak.

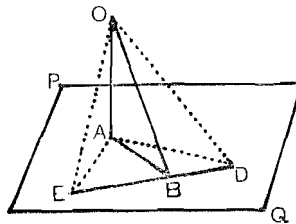
AC/AD zear-lerro berdiñak diran ezker (45),
OC/OD ere lerro berdiñak dítuzu (240, 7).

Orregatik OB-lerroa CD-ren tentea dezu; B/O puntuak C/D puntuen biderdian ditulako.

243. Lerro-zuzenaren zabalgune-zoko esan oi da, arek zabalgunearekin egiten dun zokorik txikiena.

Zoko ori izaten da, lerro-zuzenak eta (berak zabalgunera botatzen dun) errañuak sortutakoa;

bere oñazpian dijoazten lerroekin egindako zokorik txikiena bait-da. Izan ere, bitez OB-lerroa, PQ-zabalgunea, eta AB (OB-ren errañua) (119 garren irudia).



(119 gn. irudia)

Egizu BD-lerroa (AB-ren neurrikoa); eta OBA/OBD írúkéek OB biena dute; AB BD-ren neurrikoa da; eta OA OD-baño txikiagoa Orregatik OBA PBD-baño txikiagoa dezu (65, 2).

XXVII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Zabalgune bizkiak=Planos paralelos.

ilkar-l>lzkiak = Paralelos entre sí.

Lerroz-kanpoko puntua=Punto exterior a la recta. Punto en el espacio. Iku-si 245 garren zenbakia.

Zabalgunearen tentea izan=Ser perpendicular al plano. La línea recta AB es perpendicular al plano MN=AB-lerroa MN-zabalgunearen tentea da.

Oarra.

Ez det esaten (AB **lerro-zuzena**. MN-zabalgunearen tentea dala); tentea izanik, zuzena dala esana bait-dago.

Epai-une=Intersección. Sitio de sección. Ebaki egiten dan tokia. Ebaki-lekua.

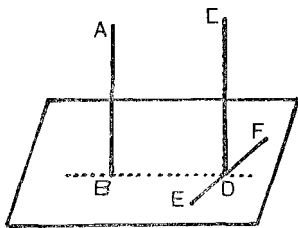
Era-bereko=de igual dirección. Que llevan el mismo sentido. Bide bereko.

LERRO-ZUZEN BIZKIAK

ETA

ZABALGUNE BIZKIAK

244. AZALKIZUNA.— Bi lerro-zuzen, zabalgunearen tente baldin badira, alkar-bizlriak dituzu.



(120 gn. irudia)

Bitez AB/CD lerroak (PO-zabalgunearen tenteak (120 garren irudia). Oien oñazpiak BD-lerroaren bidez loturik, AB/CD BD-ren tenteak dítuzu.

Beste aldetik, D-puntutik EF-lerroa (BD-ren tentea) egiñik, eta D/A puntuak lotuaz, BD/CD/AD lerroak EF-ren tenteak dítuzu (233 eta 242),

eta zabalgunerean arkitzen dira (237);

baita AB-lerroa ere (A/B puntuak zabalgunerean barruan bait-ditu) (7).

Orregatik, AB/CD-BD lerroak zabalgunerean daudenez,

eta AB/CD lerroak BD-ren tenteak diranez,

AB/CD lerroak alkor-bizkiak dituzu (52).

245. AZALKIZUNA.— Lerroz-kanpoko puntu batetik, lerro-bizki bakorra egin dezaiozuke lerro-zuzen botL

e

p

(121 gn. irudia)

Bedi A-puntua (121 garren irudia).

Puntu ortatik CD-lerraori, bi bizki egiterik balego (AB/AE),

A/C/D puntuek markatzen duten zabalgunerean leudeke;

baita AE/CD lerroak ere (8, 3).

Ortaz, puntu batetik eta zabalgunerean,

lerro-zuzenaren bi bizki izango lirake. Eziñezko gauza.

246. ONDOREAK.— 1) Bi lerro-zuzen (foaía zabalgunerean tentea, eta bestea zearra) ez dira bizkiak.

Izan ere, 122 garren irudian, AB-lerroa (PQ-zabalgunerean tentea)

eta DE-lerroa (PO-zabalgunerean zear-lerroa) alkar-bizki balira,

D-puntutik DC-lerrora (PO-ren tentea) egin ezker,

AB-ren lerro-bizkia izango litzake; eta ortaz, puntu batetik lerro batera,

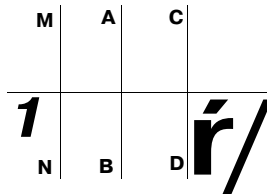
bi lerro-bizki izango genituzke. Ezin diteken gauza, alegia.

2) Bi lerro-zuzen alkar-bizki baldin badira, lerro baten zabalgunerean tentea, bestearen tentea dezu.

Edo berdin dana, bi **lerro-zuzen alkar-bizki baldin badira, bata zabalgunearen tentea izon esker, bestea ere ala dezu.**

Izan ere, bestela, aurreko ondorean adierazi deguez, lerro bat tentea eta bestea zearra izango lirake; eta ez bizkiak, emen nai genduken bezela.

3) Bi lerro-zuzen, beste baten bizkiak baldin badira, alkar-bizki dituzu.



(122 gn. irudia)

Izan ere 122 garren irudian, AB/CD lerroak MN-ren bizki baldin badira, egizu PQ-zabalgunea (MN-ren tentea), eta tentea izanik, AB-ren tentea dezu, eta CD onen bizkiaren tentea. (2 garren ondorea).

Orregatik, AB/CD lerroak, biak zabalgune beraren tente dituzu, eta noski beren artean alkar-bizki (244).

247. Lerro -zuzen bot eta zabalgune bat, noiz ote dira alkar-bizki? edota (alderontzika) zabalgune bat eta lerro-zuzen bat, noiz ote ditta alkar-bizki? biak asko-ta-asko luzatuagotik, iñoiz alkartzen ez dircmecn.

248. AZALKIZUNA.—Zabalgunez konpotiko lerro-zuzen bat, zabalguneko lerro-zuzenaren tentea baldin bada, zabalgunearen tentea dezu.

Bedi izan ere, 123 garren irudian, AB-lerroa CD-ren bizkía, eta PQ zabalgune-barruan.

— — — — — j a

(123 gn. irudla)

AB/CD lerro-bizkiak A/C/D puntuek markatzen duten zabalgunean daude (8, 3);

zabalgune onek eta PQ-zabalguneak CD epai-une bakarra dute biena.

Bañan AB-lerroak ezin du, inoiz ere, une ori ikutu, CD-ren bizki dalako;

eta zabalgunea ezin ikutu dulako, onen bizki dezu.

249. AZALKIZUNA.— Lerro-zuzen bat zabalgunen baten tentea baldin bada, eta zabalgunearen puntu batetik, lerroaren tentea egi-ten badegu, bizki au zabalgunean dago.

Izan ere bedi, 123 garren irudian, AB-lerroa PQ-zabalgunearen tentea;

eta CD-lerroa, C-puntutik AB-ri egindako tentea.

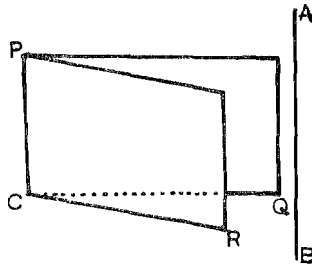
Egizu aurrenik, A/B/C puntuek markatzen duten zabalgunea; Zabalgune onek PQ-zabalgunea CD-lerroan (epai-unean) ikutuko du; CD-lerroa ABC-zabalgunean dago, eta AB-ren bizkia dezu.

Bizki alegia, PQ-ren bizki dalako, eta CD-lerroa PQ-zabalgunean dagoalako.

Orretzaz gañera C-puntutik ezin genioke AB-lerroari, bizki bakarra besterik egin (245) eta C-puntua CD-lerroan dago (AB-ren tente dan CD-lerroan).

Orregatik CD-lerro osoa, PQ-zabalgunean arkitzen da erabat.

ONDOREA.—Lerro-zuzen bat, alkar-jotzen duten bi zabalgunen bizki baldin bada, ayen epai-unearen tentea dezu.



(124 gn. irudia)

Bedi 124 garren irudian, AB-lerroa PO/PR zabalgunen bizkia.

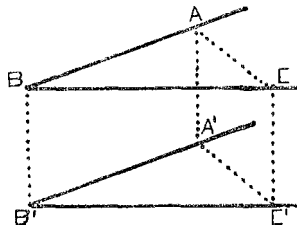
PO/PR zabalgunek PC-lerroan alkar-jotzen dute.

PC epai-unearen P-puntutik egizu lerro-zuzen bat, AB-ren bizkia, eta, goiko azalkizunek adierazten digunez, PO/PR zabalgunetan arkituko da.

Orrek esan nai du, PC-epai-unean arkitzen dala, eta PC-rekin bat-egiten duala.

250. AZALKIZUNA.— Zabalgune banetan daudsn bi zokoek, mugalde biskiak eta era-berekoak baldin badituat©, berdiñak dira.

Bitez ABC/A'B'C' zokoak 125 garren irudian.



(125 gn. irudia)

Artzazu BA mugalde-zatia, B'A'-ren neurrikoa; artzazu baita BC mugalde-zatia ere, B'C'-ren neurrikoa.

Egízkizu BB'/AA'/CC'/AC/A'C' lerro-zuzenak; eta BA B'A'-ren neurrikoa eta bizkia dan ezker,

BAA'B' lauki parebiduna dezu (76, 2);

eta beraz BB' AA'-ren neurrikoa eta bizkia dezu baita ere (74).

Arrazoi beragatik, BB' CC' -ren neurrikoa etct bizkia dezu;
eta AA' ere CC' -ren neurrikoa eta bizkia.

Ortaz, $AAC'A'$ laukiak AA'/CC' neurri bereko eta bizki ditu;
eta orrexegatik, parebidun dan ezkerreko, AC -lerroa $A'C'$ -lerroa $A'C'$ -
-ren neurrikoa dezu.

Garbi agiri da, beraz, $ABC/A'B'C'$ iruki berdiñak dirala;
 BA $B'A'$ -ren neurriko, BC $B'C'$ -ren neurriko, eta AC $A'C'$ -ren neurri-
ko bait-dira (66).

Eta $ABC/A'B'C'$ iruki berdiñak diran ezkerreko,
baita berdiñak dituzu $ABC/A'B'C'$ zokoak ere (69).

Orixe adierazi nai genduan.

XXVIII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Zoko-bizabala=Angulo diedro. Bi zabalgunek, bi zabalde, bi zabal dituan zokoa.

Zabalde = Cara. Plano. Zabal-alde. Alderdi zabala.

Ertzalde=Arista. Ertz-alde. Alderdi ert zaduna.

Bizabal tentea=Diedro recto.

Bizabal zearra=Diedro oblicuo.

Bizabal estua=Diedro agudo.

Bizabal irikia=Diedro obtuso.

Bizabal alkar-osagarri=Diedros complementarios entre sí.

Bizabal alkar-betegarri=Diedros suplementarios entre *ef*. Nótese bien la diferencia. Ikusi 255 garren zenbakia.

Alkar-berdiñak=iguales entre sí.

Bizabal alkar-urko=Diedros adyacentes. Alkarren ondoan daudenak.

Bizabal gurutzatuak=Diedros opuestos por la arista. Gurutze-moduan jarriak.

Lerro-zoko=Angulo rectilíneo.

ZOKO-BIZABALAK

251. Zabalgune bat bestearen **tente** dala diogu, biak alkar-ikutzean, bata bestetik alderatzen ez danean; eta **zear**, alderatzen danean.

252. Zoko bizabala dezu, bi zabalgunek alkar-ikutzean, egiten dutena (8, 2 eta 5).

Zoko bizabalaren zabalgunek, **zabalde** deritzate; eta alkar-jotzen duteneko lerro-zuzena, **ertzalde** dezu.

Bizabalaren aundiera, ez da bere zabaldeen zabalera neurtu bear.

Bizabala, lau letra-izkien bidez izendatzen degu; zabalde banean bat, eta ertzaldean beste biak ipiñictz.

Bañcm bizabal bakarra danean, bi izki ipintzen dizkiogu, biak ertzaldean.

124 garren irudia, OPCR-bizabala edo OC-bizabala dala diogu. Bizabalaren zokoa, bi zabaldeek osatzen dute; ez bi lerro-zuzenek. Bi zabaldeek alkar-ikutzen dutenean, edo ebakitzen dutenean, lerro-zuzena egiten dute, eta oni ertzalde deitzen diogu. 24 garren zenbakitik 33 garrenera, zokoei buruz esandakoak, errez gogora-ditzakegu emen, bizabalei buruz; mugalde orde zabalde, eta kantoï orde zertzalde ipiñiaz.

253. Bizabal tentea, bi zabalde alkar-tenteek eratzen duten zabalzokoa dezu; eta **bizabal zearra**, bi zabalde ez-tenteek egiten dutena. **Bizabol estua**, bizabal-tentea baño txikiagoa dezu; eta bizabal **irikia**, bizabal tentea baño aundiagoa.

254. AZALKIZUNA.— Bizabal alkar-tenteak, berdiñak dituzu.
Au adierazteko, 25 garren zenbakian bezela jardun.

255. Bizabal alkar-osagarri, bien artean bizabal-tente bat osatzen dutenak dituzu; eta **alkar-betegarri**, bien artean bi bizabal-tente bertzen dituztenak.

256. ONDOREA.— Bi bizabal (osagarri edo betegarri berdiñak baldin badituzte) alkar-berdiñak dira.

257. Bizabal alkar-urkoek, ertzaldea eta zabalde bat berak dituzte, eta beste zabaldea zabalgunere berean.

258. AZALKIZUNA.— Bizabal alkar-urkoek, bi bizabal-tente balio dituzte; edo berdïn dona alkar-betegarri dituzu.
Au adierazteko 29 garren zenbakia gogoratu.

259. ALDERANTZIAN.— Bi bizabalek (bata bestearen barruan baldin badaude, ertzalde eta zabalde bat berak baldin badituzte, eta

alkar-betegarri baldin badira) beren beste bi zabaldeak zabalgunereon dauzkate.

Au adierazteko, 30 garren zenbakia gogoratu.

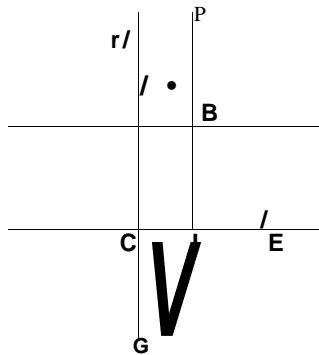
260. Burura-ditzagun emen, 31 garren zenbakian esan genitun ondoreak, eta ayen antzeko oyek ikasi:

- 1) Bizabal bat, tente baldin bada ,bere urkoa ere tente dezu; bizabal bat zearra baldin bada, bere urkoa ere zearra dezu.
- 2) Bi zabaldek, tenteki alkar-ebakitzen badute, lau bizabal-tente egiten dituzte.
- 3) Edozein bizabalak, bi tente baño gutxiago balio du.
- 4) Zabalgune batean dagon lerro-zuzenaren alde batera egin ditezken bizabalek, guztiek batera bi tente balio.
- 5) Lerro-zuzenaren inguruan egín dítezken bizabalek, lau tente balio.

261. Bizabal-gurutzatuek, ertzalde bera daukate, eta beren zabaldeak alkarren-luzapen dira.

262. AZALKIZUNA,— Bizabal gurutzatuak, berdiñak dituzu (33).

Begira 126 garren irudiari.



(126 gn. irudia)

ABCD/DBCE bizabal tenteak dira; ABCr bizabal-estua; ECBr bizabal-írikoa.

ABCr/DBCr bizabal alkar-osagarri dituzu;

ABCr/ECBr bizabal alkar-betegarri.

ABCD/DBCE bizabal alkar-urko dituzu; baita ABCr/EBCr ere.

ABCr/DNcr bízabalek (biek batera) ABCD/DBCE bizabalek ainbat balio: bi bizabal-tente.

DBCE/ABCG bizabal-gurutatuak dituzu;

eta alkar-berdiñak, EBCG-osagarri berbera daukatelako.

263. Bizabalaren lerro-zoko esan oi da, bizabal-ertzaldearen puntu batean, eta lerro bakoitza zabalde banetan daudelarik, egindako zokoa.

264. AZALKIZUNA.—Bizabalaren lerro-zoko guztiak, berdiñak dira.

Bitez *nom/DTC* ABCD-bízabalaren lerro-zokoak (127 garren irudia).

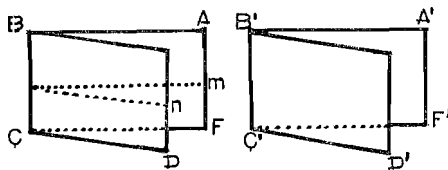
CD/ *nom* lerroak, alkar-bízkiak dira, BC-ren lerro-tente diralako (263); eta orregatik CF/om lerroak ere, alkar-bizki dituzu.

Ortiz *DCF/nom* zoko berdiñak dira;

beren mugaldeak bizkiak diralako, eta era-berekoak.

265. AZALKIZUNA.—Bizabal berdiñek, lerro-zoko berdiñak dituzte; eta bietan aundienak lerro-zokorik aundiena du.

Azalkizun onek bi txatal ditu, eta banaka ikusi ditzagun.



(127 gn. irudia)

1) Bitez ABCD/A'B'C'D' bizabal berdiñak (127 garren irudia).

Jartzazu lenengo bizabalaren AC-zabaldea,

bigarren bizabalaren A'C'-zabalde gañean, BC/B'C' ertzaldeak ba-

ta bestearekin, eta C-puntua C'-puntura datorrelarik.
 Ortaz, BD-zabaldea B'D'-zabalde gañera bete-betean etorriko, biza-
 bal berdiñak dira-ta;

CF-lerroa C'F'-lerro gañera etorriko,
 ezin bait-ditezke C'-puntuan B'C'-ren bi lerro-tente, eta biak B'F'-za-
 balde berean izan.

Arrazoi beragatik, CD/C'D' mugaldek batera datoz;
 eta ortaz, DCF/D'C'F' lerro-zoko berdiñak dira.

2) Bedi A'B'C'D' bizabala, ABCD-bizabala baño aundiagoa.
 Len esan bezela, bata bestearen gañean jarri ezkerro,
 BD-zabaldea A'B'C'D'-bizabalaren barruan geldituko litzake;
 eta CD-lerroa D'C'F'-zokoaren barruan.
 Orregatik D'C'F'lerro-zokoa, DCF lerro-zokoa baño aundiago dezu.

**266. ALDERANTZIAN.— Bi bizabalen lerro-zokoak alkar-berdiñak baldin badira, bizabal berdiñak dituzu; eta alkar-berdiñak ez bali-
 ra, lerro-zokorik aundiena, bizabal aundienarena izango zendu-
 ke(10).**

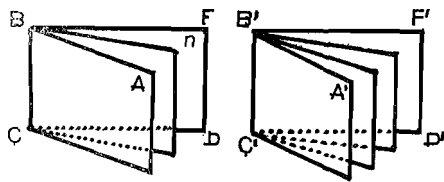
167. Len 114 garren zenbakiaren oarran esan genduanetz, alatsu esan dezagun baita ere:

**Bizobalek eta beren lerro-zokoek alkar-neurtzen dutela; eta bizaba-
 laren neurria, bere lerro-zokoa dala.**

Ikusi dezagun, au ulertzeko, onoko azalkizuna.

**AZALKIZUNA.— Bi bizobalek eta beren lerro-zokoek alkar-neur-
 tzen dute.**

Bitez ABCD/A'B'C'D' bizabalak; eta ABF/A'B'F' lerro-zoko alkar-
 neurgarriak (128 garren irudia).



(128 gn. irudia)

Bi lerro-zoko oyen neurria, ABn lerro-zokoa baldin bada,
eta au BFFt-ren barruan bi aldiz sartzen bada,
eta A'B'F'-ren barruan iru, berdintza au datorkigu.

ABF: A'B'F' :: 2 : 3.

(Onela irakurri: ABF A'B'F'-ren aldean, bi iru-ren aldean ainbat dezu).

Orain BC-ertzaldetik eta Bn-lerrotik zabalde bat egin ezker, (265).
ABCD-bizabala erdibiturik gelditzen da, erdi bakoitzak lerro-zoko berdiña dulako.

Era alatsuan, A'B'C'D'-bizabala im bizabal berdiñ egiñik gelditzen da, eta bizabal-iruren oyek, goiko bizabal-erdien neurriko dituzu.
Ortaz berdintza au egin dezakegu ABCD: A'B'C'D' :: 2 : 3.

Onela irakurri:

ABCD A'B'C'D'-ren aldean, bi iru-ren aldean ainbat dala.

Eta azkenik goiko bi berdintzetatik, beste au dator:

ABCD : A'B'C'D' :: ABF : A'B'F'.

Onela irakurri:

ABCD A'B'C'D'-ren aldean, ABF A'B'F'-ren aldean ainbat dala.

Edo berdin dana,

ABCD eta A'B'C'D' alde batetik, eta ABF/A'B'F' bestetik, neurtzen dutela.

Edo berdin dana,

bata besteaz zatitu ezker (ABCD A'B'C'D'-ez, eta ABF A'B'F'-ez)
berdin ematen dutela, berdin neurtzen dutela.

OARRA.—ABF eta A'B'F' alkar neurreziñak balira,
azalkizuna, 115 garren zenbakiko 2 garren txatalean bezela, adieraziko genduke.

268. OARRA.— 116 garren zenbakian esan genduanetz, berdin adieraziko genduke orain,

bizafalaren neurria, bere lerro-zokoa dala.

269. ONDOREA.— **Bizabalaren lerro-zokoa zoko-tente baldin bada bizabala ere teniea *deznt* eta alaforean, bizabal bot tentea baldin bada, bere lerro-zokoa ere tentea dezu.**

XXIX GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Bi zabalgune alkar-ebakitzalle=Dos planos que se cortan entre sí.
Bizki-zatiak=Partes de paralelas. Lerro bizkien zatiak.
Zear-zoko bizabal=Angulo diedro alterno.
Pare-zoko bizabal=Angulo diedro correspondiente. Ikusi 281 garren zenbakia.

ZABALDE ALKAR-TENTTEAK

ETA

ZABALDE ALKAR-BIZKIAK

270. AZALKIZUNA.— Lerro-zuzen birt bazalgune baten tentea baldin bcsda, lerro artatik dijoan zabalgunea ere, aren teniea dezu. Bedi MO-lerroa, PQ-zabalgunearen tentea (129 garren irudia).

Egizu MO lerrotik-zear CD-zabalgunea.

Egizu baita PO-zabalgunean NO-lerroa ere, DO epai-lerroaren tentea. Eta ara zer gertatzen dan:

NOM zoko-tentea dezu, MO (PO-ren tentea) NO-ren tentea dalako; eta PODC-bizabal tentea dezu, orren NOM lerro-zokoa, tentea dalako.

Orregatik CD-zabalgunea, PO-zabalgunearen tentea dala diogu.

271. AZALKIZUNA.— Bi zabalgune tenteek alkar-ebakitzen duteneko epai-lerroaren puntu botetik, zafoalgune boti lerro-tentea egiten badiozu, Ier?o ori foeste zabalguneon gelditzen da.

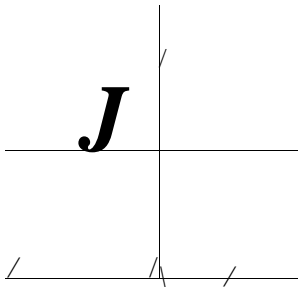
Bitez PO/CD zabalguneak;

bedi DO, oyen epai-lerroa (alkar-jotzen duteneko epai-lerroa); eta O-puntua DO-lerroan artua (129 garren irudia).

Zabalgune oyetan banetan, ON/OM lerro (DO-ren tenteak) egin ezker, NOM-zokoa sortzen degu (PODC-bizabalaren lerro-zokoa). Bañan bizabal au tentea egin degunez, NOM lerro-zokoa ere, tentea degu; eta MO-lerroa (DO/NO lerroen tentea) PQ-zabalgunearen tente.

Orregatik bada, PQ-zabalguneari (O-puntuan) egindako lerro-tentea, OM-rekin batera ez baletor (berdiñak ez balira), O-puntuan bi lerro-tente izango genituzke; eta ori ezin bait-diteke, orregatik O-puntuan PQ-zabalguneari egindako lerro-tentea, CD-zabalguneako OM-lerroarekin bat dctor (biak bct dira).

272. AZALKIZUNA.— Bi zabalgune alkar-ebakitzalle, beste zabalguneoren tenteak baldin badira, ayen epai-lerroa (alkor-ebakitzen duteneko lerroa) ere, zabalgune orren tentea dezu.



(129 gn. irudia)

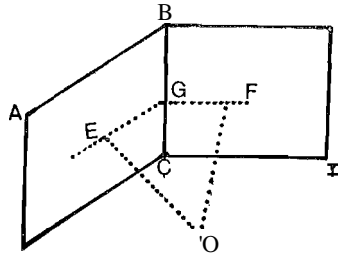
Bitez AB/CD zabalguneak; biak PQ-zabalgunearen tenteak (129 garen irudia).

MO (oyen epai-lerroa) ere, PQ-zabalgunearen tentea dala diogu. Izan ere AB/CD zabalguneak, PQ-zabalgunearen tenteak diran ezker, egizu O (iru zabalgunen) puntutik, OM-lerroa (PQ-ren tentea), eta lerro ori AB-zabalgunean eta CD-zabalgunean arkitzen da.

Beraz bien epai-lerroan dago, eta orregatik, bi zabalgune alkar-ebakitzalle oyek, beste zabalgunearen tente baldin badira, ayen epai-lerroa ere, onen tente dezu.

**273. AZALKIZUNA.— Bizabalaren barrenean dagoan puntu bate-
tik, zabalde banetara lerro-tente bana egiten baditugu, oyek eratzten
duten zokoa, bizabalaren betegarri dezu.**

Bitez ABCD-bizabala, OE-lerroa (AC-zabaldearen tentea)
eta OF-lerroa (BD-zabaldearen tentea). (130 garren irudia).



(130 gn. irudia)

Egizu zabalgunek bat OE/OF lerroetatik-zeur;
eta AC/BD zabaldeen tentea dezu (270).

BC (oyen epai-lerroa) ere, EOF-zabaldearen tentea dezu (272).

Ortoz BC epai-lerroa GE/GF lerroen tentea dalako,
eta GE/GF lerroak, BC epai-lerroaren tente diralako,
EGF-zokoa ABCD-bizabalaren lerro-zoko dezu.

Alaberean, OEGF-lauki zabalak E/F zoko-tenteak ditu;
eta O/EGF zokoak alkar-betegarri dituzu.

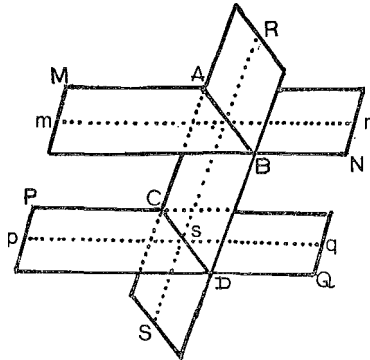
Orregatik (268) O-zokoa BC-bizabalaren betegarri dezu.

274. Naiz-eta luzatu, ezin alkartu ditezken zabalgunek, **alkar-biz-
ki** dituzu.

**275. AZALKIZUNA.— Bi zabalgunek, lerro-zuzenaren tente baldin
badira, alkar-bizki dituzu.**

Noski bizki ez balira, nunbait alkartuko lirake;
eta orduan, puntu batetik lerro-zuzen batera,
bi zabalgunek alkar-tente izango genituzke. Ezin diteken gauza.

**276. AZALKIZUNA.— Bi zabalgunek bizki, beste zabalgunek eba-
ki ezkerok, oyen epai-lerroak bizki dituzu.**



(131 gn. irudia)

Bitez MN/PO zabalgune bizkiak (131 garren irudia); RS-zabalgune ebakitzallea, eta AB/CD epai-lerroak.

AB/CD epai-lerroak RS-zabalgunean daude, eta inoiz ezin ditezke alkartu; alkartzekotan, MN + PQ zabalguneek batera etorri bearko bait-luteke. Eta ori ezin ditekenez ezker (274), AB/CD epai-lerroak bizki dituzu.

277. AZALKIZUNA.— Puntu batetik sabctlgune batera, beste zabalgune bakarra egin dezakegu bizki.

Izan ere (131 garren irudia)

bi zabalgune bizki (MN/ABR PO-ren bizki) r-puntutik botatzerik bagendu, izan ezin ditekenez gauza gertatuko litzake.

Iru zabalguneak goitik-bera beste zabalgunez ebakiaz, onen epai-lerroak (rn/rR) (MN/ABR ebakitzean egindako epai-lerroak) eta pq-lerroa (PQ-ebakitzean egindakoa),

irurak (bi goian eta bat bean) alkar-bizki izango lirake (276).

Puntu batetik lerro batera bi lerro-bizki, ezin ditezke egin.

Orregatik puntu batetik zabalgune batera, zabalgune-bizki bakarra bota dezakegu.

278. ONDOREAK.—1) Bi zabalgune, bata lerrozuzenaren tentea, eta bestea zearra, ez dira alkar-bizld.

Izan ere, alkar-bizki balira, orra zer gertatuko litzaken:

Zear-zabalguneak eta lerro-zuzenak alkar-jotzen duten puntutxoan, lerro-tente bat egingo bazendu, au eta beste lerro-tentea alkar-bizkiak izango lirake; eta puntu batetik zabalgune batera, bi zabalgune-bizki izango genituzke.

Ezin diteken gauza (277).

2) **Lerro-zuzena, zabalgunearen tente baldin bada, aren bizkiaren tente dezu baita ere, (53, 2)**

3) **Bi zabalgune, biak beste baten bizki baldin badira, alkar-bizki dituzu (53, 5).**

279. AZALKIZUNA.—Zabalgune-bizkien arteko bizki-zatiak. berdiñak dira.

Bitez AC/BD bizki-zatiak, eta MN/PO zabalgune bizkiak (131 garren irudia).

Egizu zabalgune berria, AC/BD lerroen artean;

eta agiri danez, goiko AB/CD epai-lerroak eta beko MN/PO epai-lerroak, alkar-bizki dituzu; eta ortaz,

ABCD lauki-parebiduna dan ezkerre, AC/BD berdiñak dituzu (74).

280. ONDOREA.—Zabalguneko puntuak bere bizkiaren biderdian dira.

Izan ere, zabalguneko puntuetatik beste zabalgune bizkira,

egin ditezken lerro-tenteak edo tarteak,

zabalgune bizkien arteko bizki-zati dira (244).

OARRA. Esan dezagun orobat,

Lerro-zuzen boten, eta bere zabalgune bizkioren arteko bizki-zotiak, alkar-berdiñak dirala; eta lerro-zuzen baten puntuak, bere zabalgune bizkiaren biderdion daudela.

281. Errezki ulertuko dezu, bi zabalgune beste epai-zabalgunez ebaki ezkerre, zenbait bizabal-zoko sortzen ditugula; eta oyei buruz, 55/56 zenbakietan esandakoak, berriro esan genezazkela.

Bañan oraingoz auxe bakarrik gogoraziko degu:

AZALKIZUNA.—Bi zabalgunebizki beste zabalgunez ebakiek, zear-zoko bizabal efa pare-zoko bizobal berdiñak egifen diiuzie; eta zabalgunebakitzallearen olde-boteko barren-zokoak, bizabal alkarbetegarri diiuzu.

Izan ere, egizu goitik berako zabalgunebat, AB/CD epai-lerroententea.

(AB/CD epai-lerro diraladiogu,

RS-zabalguneak or ebakitzen baít-ditu MN/PQ zabalgunek)

Goitik-berako zabalgunega eginda (276),

beste bi epai-lerro bizki agiri dira (mm/qq) MN/PO zabalgunetan, Eta RS-lerroa agiri da baita ere, mm/pq lerroententea.

Iru lerro-zuzen auek (RS/mn/pq) pare-zoko berdiñak egiten dituzte (mrs/rsq); bañan oyeke MABS/BCDO bizabalen lerro-zoko diran ezkerok,

MABS eta BCDQ ere alkarberdiñak dituzu.

Ala berean, iru lerro-zuzen auek (RS/mn/pg) zear-zoko berdiñak egiten dituzte (mrR/psR); eta oyeke MABR/PCDR bizabalen lerro-zoko diran ezkerok, MABR eta PCDR ere alkarberdiñak dituzu.

Baita azkenik ere, iru lerro-zuzen auek (RS/mn/pq) ebakitzallearen alde-bateko barren-zoko alkarbetegarriak egiten dituzte (mrs/psr); eta oyeke MABS/PCDR bizabalen lerro-zoko diran ezkerok, MABS eta PCDR ere alkarbetegarri dituzu.

XXX GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Zoko-zabalduna=El ángulo poliedro. Zenbait zabalde dituan zokoa. Bitik gora.

Zabal-zoko=Angulo plano. Carcr. Zabalde-zoko.

Zabaldun ganbilla=El poliedro convexo. Ikusi 282 garren zenbakia.

Zabaldun tsokona = El poliedro cóncavo.

Iruzabala=El triedro. Iru zabalde dituan zokoa.

Iruzabal tentea=edo tenteduna = El triedro rectóngulo.

Iruzabal bitentea=edo bi-tenteduna = El triedro birrectóngulo.

Iruzabal iutentea=edo iru-tenteduna=El triedro trirectóngulo.

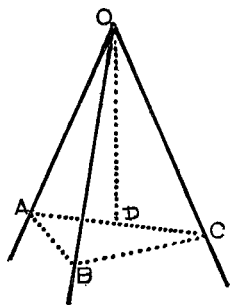
ZOKO-ZABALDUNAK

282. Zoko-zabaldunak, iru zabalgunek edo geiago ditu, puntu berrak eta torriak; eta zabalgunek pare bakoitzak, lerro-zuzen bera bana dute.

Zabalgune oiek **Zabalde** deritzate, edo **Zabal-zoko**.

Batera datozen puntua, **Kantoi** dezu.

Eta alkar-ebakitzen duteneko lerro-zuzena, **Ertzalde**.



ÍL32 gn. irudia)

Onela 132 garren irudia, OABC zoko-zabaldun, edota O zoko-zabaldun, izendatu genezake.

Zoko-zabalduna bi eratako izan diteke: ganbilla eta txokona.

Zabaldun **Gonbillak**, kantoi guztiak kanpo-aldera ditu; eta lerro-zuzen batek, bi zabalde bakarrik ebakiko lizkioke.

Zabaldun **Txokonak**, kantoi bat gutxienez dauka barren-aldera; eta lerro-zuzen batek bi zabalde baño geiago ebakiko lizkioke.

Liburu ontcm zoko-zabaldun ganbillak bakarrik aipatuko ditugu.

Iru zabaleko zokoa, edo **Iruzabala**, iru zabalde ditun zokoa dezu.

283. Bi iruzabal ALKAR-BETEGARRI dirala diogu, baten zabal-zokoak eta bestearrenak (bana banakin) alkar-betegarri diranean.

284. AZALKIZUNA. Iruzobal **bakoitzeko zabal-zoko bot, beste biak-botera baño txikiago dezu; eta bien arteko oldea baño aundiagoa.**

Banaka azaldu ditzagun bi txatalak.

1) Bedi AOC zabal-zokoa, OABC iruzabalaren aundiena.

Artzazu AOC-zoko ortcm, AOD zabal-zokoa AOB-ren neurrikoa; eta OD-lerroaren puntu batetik egizu AC lerro-zuzena, OA/OC ertzaldeak lotuaz.

Egizu orain OB-ertzaldea OD-ren neurrikoa; eta lotu itzazu lerro-zuzenez B/A/C puntuak.

Ara zer gertatzen dan.

AOB/AOD iruki berdiñak dira; izan ere, OA-ertzalde bera izcmik, OB OD-ren neurriko dute, eta AOB/AOD zoko-berdiñak dituzts» (66, 3).

Orregatik AB AD-ren neurriko dezu.

Boñcm ABC-irukicm, $AC < AB + BC$ (61)

(AC txikiago, AB ta BC batera baño)

Beraz $AD + DC < AB + BC$;

(AD eta DC batera, AB eta BC batera baño txikiago).

Eta AD AB-ren neurriko danez, $DC < BC$ dezu;
(DC, BC-baño txikiago)

Orregatik BOC/DOC irukietan, OC-ertzalde bera dutelako,
OB-ertzaldea OD-ren neurriko dalako, eta DC BC-baño txikiago du-
telako, DOC BOC-baño txikiago dezu (65, 2).

Azkenik AOD AOB-ren neurriko bait-da, eta DOC BOC-baño txi-
kiago; orregatik $AOD + DOC < AOB + BOC$ dezu.

(AOD/DOC biak batera, AOB/BOC biak batera baño txikiago).

Edo berdin dana, $AOC < AOB + BOC$ dezu.

AOC txikiago, AOB/BOC batera baño)

Orixe genion aurreneko txatalean.

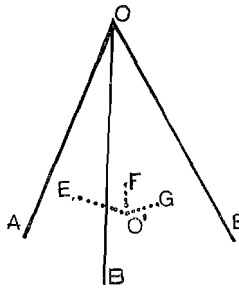
2) Aurreneko txatalean $AOC + AOB > BOC$ genion;

(AOC/AOB biak batera, BOC-baño aundiago).

Eta bigarren txaltalean dioguna au da: $AOC > BOC - AOB$ dala.

AOC aundiago, BOC-ri AOB kenduta baño).

285. AZALKIZUNA.—Iruzabalaren barrengo puntu batetik, zabal-
de banetara lerro tenteak bota, eta oyen bina bakoitzetik zabalgu-
neak egiten baditugu; oterotzen zaigun iruzabala, lenengoaren be-
tegarri dezu.



(133 gn. irudia)

Bítez OABC-iruzabala, (133 garren irudia)

eta O'E/O'F/O'G lerro boteak, AOB/AOC/BOC zabaldeen tenteak.

EO'F zokoa, OA-bizabalaren betegarri dezu;

EO'G zokoa, OB-bizabalaren beregarri;

eta FO'G zokoa, OC-bizabalaren betegarri (272).

Alaberean, EOF zabalgunea, AOB/AOC zabalgunen tentea dezu; (270)

eta beraz OA-lerroa EOF-zabalgunearen tentea dezu; (272)

Orobat OB EOG-ren tentea dezu; eta OC FOG-ren tentea.

Ortaz AOB OE-bizabalaren betegarri dezu;

AOC OF-bizabalaren betegarri;

eta BOC D'G-bizabalaren betegarri.

Beraz O-bizabalaren zabal-zokoak eta O-bizabalarenak alkar betegarri dira; eta baita O-bizabalaren zabaldeak eta O-bizabalarenak ere.

Orregatik (283) O-iruzabala eta Oiruzabala alkar-betegarri dira.

286. AZALKIZUNA.—Berdñiak dituzu bi iruzabal:

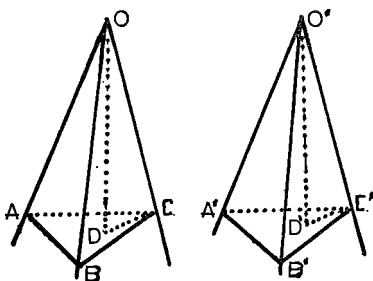
1) Zabolde bat eta aldemenetako bi bizabalak, berdñiak eta berdinki jarriak baldin badituzte.

2) Zabalde bi eta oyen arteko bizabala, berdñiak eta berdinki jarriak baldin badituzte.

3) Iru zabaldeak, berdñiak eta berdinki jarriak baldin badituzte.

4) Iru bizabalak, berdñiak eta berdinki jarriak baldin badituzte.

Banan-banan azaldu ditzagun.



<134 gn. irudia

1) Bitez OABC eta O'A'B'C' iruzabalak (134 gn. irudia).

Bitez AOC A'OC'-ren neurriko, OA OA'-ren neurriko, eta OC OC'-ren neurriko.

Jartzazu AOC A'O'C'-ren gañean parez-pare.

AOB/BOC zabaldeak A'O'B'/BO'C' zabaldean gañera etorriko, OA/O'A' eta OC/O'C' bizabal berdiñak diralako.

OB-ertzaldea (AOB/BOC zabaldeena)

eta O'B'-ertzaldea (A'O'B'/B'O'C' zabaldeena) bíak batera etorriko.

Orregatik bi iruzabal berdiñak dituzu, erabat bateratzen diralako.

2) Bitez AOC A'OC'-ren neurriko, AOB A'OB'-ren neurriko, eta OA OA'-ren neurriko.

Jartzazu AOC A'O'C'-ren gañean parez-pare;

eta AOB A'OB'-ren parera etorriko, OA OA'-ren neurriko dalako.

Beraz iru ertzaldeak beste iruekin alkcr-datozen ezkerro,

iruzabal berdiñak dituzu.

3) Bitez AOB A'OB'-ren neurriko, AOC A'OC'-ren neurriko, eta BOC B'OC'-ren neurriko.

Artu itzazu OA/OB/OCO'A'/O'B'/O'C' lerro-zati berdiñak;

eta ABC/A'B'C' irukiak eghiik, ara zer gertatzen dan:

AB A'B'-ren neurriko dezu; BC B'C'-ren neurriko; AC A'C'-ren neurriko;

AOB A'O'B'-ren berdiña dalako; AOC A'OC'-ren berdiña; eta BOC B'O'C'-ren berdiña (66, 3).

Orregatik ABC/A'B'C' alkar-berdiñak dira (66, 4).

Orain OD/OD' lerro-tenteak egiñik, D eta D'puntuetara etorriko dira; D puntua A/B/C puntuen biderdian dago, eta D'puntua A'/B'/C' puntuen biderdian.

CD berriz, C'D'-ren neurriko dezu.

Bestetik OC O'C'-ren neurriko bait-da,

ODC eta O'D'C' iruki berdiñak dira. (68)

Orain jartzazu O-iruzabala O-iruzabalaren gañean,

ABOirukia A'B'C'-irukiaren pcrrez-pare dalarik;

eta D-puntua D'-ren gañera etorriko,

baita O-puntua O'-puntuaren gañera ere.

Alaberean, OA/OB/OC eta O'A'/O'B'/OC' ertzaldeak,

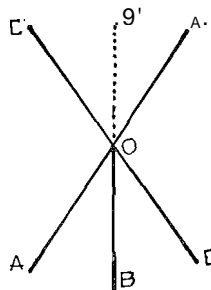
bakoitza bere parekoaren gañera datoz.

Orregatlf., erabat bateratzen diran $OABC$ eta $O'A'B'C'$ iruzabal berdiñak dira.

4) O/O' iruzabalek bizabal guztiak berdiñak baldin badituzte, bizabal oyen bategarrien zabal-zokoa ere, berdiñak bear dute izan; eta bategarri berdiñak izanik, O/O' iruzabal berdiñak dira; orixe adierazi bait-genduan irugarren txatalean.

OARRA.

Bi iruzabal **Neurkide** dirala esaten degu, gai berdiñak izanda (zabalde, ertzalde, kontoi) berdinki jarriak ez dituztenean.



(135 gn. irudia)

Orrela 135 garren irudian, $OABC/OA'B'C'$ iruzabal neurkide dituzu, bañan batera ezin ditezke etorri, beren gaiak era desberdiñean jarririk dauzkatelako.

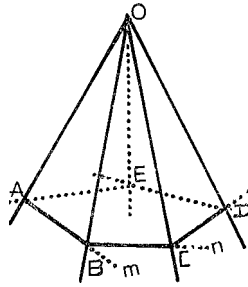
Bi zabalde berdiñak dituzten iruzabalak, **Bikide** dituzu; eta batera etorri ditezke.

287. AZALKIZUNA.—Zabaldunaren zabal-zokoek, ez dituzte lau zoko-tente balio.

Errezki ulertuko dezu, zabal-zoko auek lau zoko-tente balio izateko, zabalgunerean egon bear lutekela, eta orduan ez lirakela zabaldun izango.

Beste azal-bide bat ar-dezagun ordea.

Bedi O -zabalduna (n -zabalde dituna). (136 garren irudia).



(136 gn. irudia)

Ertzalde guztiak zabalgun batez ebakita,
 ABCDA-zokodia sortzen zaigu (n-mugalde dituna).

Zokodi ontan $ABC + CBm = 2T$ dezu.
 (ABC/CBm zokoak batera, bi zoko-tente ainbat dituzu).

Alaberean, $BCD + DCn = 2T$ balio.
 (BCD/DCn biek batera, bi zoko-tente balio).

Eta orrela gañerantzeko guztiak.

Beraz ABCDA-zokodiaren zoko guztiek (kanpokoek eta barrengoek)
 $2 T n$ balio. (Bi zoko-tente n-aldiz balio).

Zabalde bakoitzean zenbait iruki (n) egin ditzakegu (AOB/BOC/
 COD/...);

eta oyetako iruki bakoitzaz $2T$ (bi zoko-tente) balio bait-ditu,
 n-irukiek $2Tn$ balioko (bi zoko-tente n-aldiz).

Alaberean A/B/C puntuetan zenbait iruzabal agertzen dira;
 etaoyetan $AOB + OAE > BAE$ dituzu;
 (OAB/OAE batera, BAE-baño aundiago)

$OBA + OBC > ABC$ dituzu;
 (OBA/OBC batera, ABC-baño aundiago dituzu);

eta orrela gañerantzeko guztiak.

Orregatik, irukien oñazpietan eratzen diran zokoak (AB/BC/CD...)
 guztiak bateratzen baditugu,

ABCD-azokodiaren barren-zoko guztiak-bat baño geiago dituzu, au-
 diago.

Eta noski O-kantoirira dijoazten iruki-zoko guztiek,
ABCD A-zokodiaren kanpo-zokoek baño gutxiago balio dute;
oyek ordea lau zoko-tente balio dítuzte.

Orregatik, O-kantoirira dijoazten iruki-zoko guztiek,
edo berdin dana,

zabaldun baten zabal-zoko guztiek,
lau **zoko-tente baño gutxiago balio dute.**

288. ONDOREA.— Iruzobalaren **zabal-zoko guztiek batera, bi 20-**
ko-tente baño geiago balio dute, eta sei baño gutxiago.

Izan ere iruzabal batek, iru bizabal ditu (iru bi zabal-zoko);
oyek eta beren zoko-betegarriek sei tente balio dituzte;
bañan betegarri oyek ez bait-dituzte lau tente balio, orregatik,
iruzabalaren iru zabal-zokoek, bi zoko-tente baño geiago balio du-
te, eta sei baño gutxiago.

OARRA.

Iruzabalak izan lezazke $1/2/3$ zabal-zoko tente;

$1/2/3$ zabal-zoko iriki;

2 tente eta 1 iriki, eta abar.

Zabal-zoko tente bakarra baldin badu, **iruzabal tentedun** esan oi
da; bi zabal-zoko tente baldin baditu, **iruzabal bi-tentedun;**
eta iru zabal-zoko tente baldin baditu, **iruzabal iru-tentedun.**

XXXI GARREN IKASKAIA

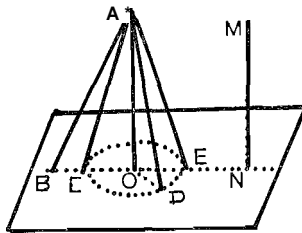
Itz bereziak

Ez da emen itz berezirik agertzen.

LERRO-ZUZENAK, ZABALGUNE-TENTEAK
ETA ZABALGUNE-BIZKIAK DIRALA-TA,
ZENBAIT BILLA-LAN EDO ARKIGARRI

289. LENENGO ARKIGARRIA.— Nola egingo zenduke puntu botetik zabalgune batera, onen lerro-tentea?

Puntua, zabalgunetik kanpoan edo zabalgune-barruan gerta-diteke. Bi gertagarriak banaka azertu ditzagun.



(137 gn. irudia)

1) Bitez PQ-zabalgunea eta A-puntua, zabalgunez kanpoan. (137 gctren irudia).

A-puntua biotz dezularik, egizu CDE-makoa PO-zabalgunectn. CDE-makia makobil dezu; eta billa-ezazu onen O biotz-puntua. Lotu itzazu lerro batez O/A puntuak; eta OA-lerro ori, A-tik PQ-ren tentea dezu.

Izan ere, CDE-makoa makobil dala esan degu;
ara zergatik:

Mako ori egiteko AC-aria artzen degu (ari tinkoa, amore gabea);
ari onek jarkera ez-berdiñak artzen ditu (AC/AD/AE...)

eta biotz-puntu beretik ateratzen diran ezkerro, zear-lerro berdiñak
dira, eta beren oñazpi muturrek makobilla eratzen dute (241, 1).

Orregatik OA-lerroa (makobillaren O-biotza eta A-puntua lotzen
dituna),

PO-zabalgunearen lerro-tentea dezu (241, 2).

2) Bedi N-puntua PQ-zabalgune-barruan.

Egizu edozein puntutik (A) PQ-zabalgunera AO-lerro tentea,
lengo txatalean egin degun bezela;

orain N-puntutik egizu AON-zabalgunean MN-lerroa, AO-ren tentea,
122 garren zenbakian ikusi genduan eran;

eta auxe dezu, PQ-zabalgunera N-puntutik egin bearreko tentea.

Beste modu batera ere egin diteke bigarren txatal au. (137 garren
irudia).

O-puntutik PQ-zabalgunera lerro-tentea egin nai badegu;
egigun puntu ortatik PQ-zabalgunean CDE-makobilla.

Artu-ditzagun makobil ortan iru puntu C/D/E;

eta iru ari berdin artuaz, puntu oyetan tinka-ditzagun irurak.

Gero beste mutur-ertzak a-puntura bilduaz,

CA/DA/EA lerro-zuzen berdiñak dauzkagu;

eta A/o puntuak lotzen ditun lerro-zuzena,

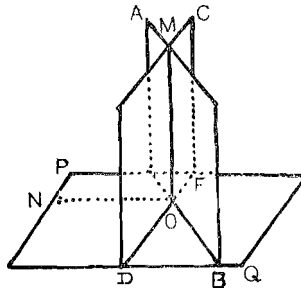
orixe dezu eskatzen diguten lerro-tentea.

290. BIGARREN ARKIGARRIA.— Nola egingo zenduke puntu ba- tetik lerro-zuzen batera, onen zabalgune-tentea?

Puntua, lerro zuzenean edota lerro-zuzenetik kanpoan gerta-diteke.
Ikusi ditzagun banaka bi gertakizunak.

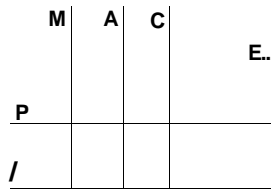
1) Bedi O-puntua MO-lerro zuzenaren barrenean. (138 garren iru-
dia).

Egizkizu (MO-lerrotik zear) AB/CD zabalguneak.



(138 gn. irudia)

Egizkizu (zabalgune oyetan bakoitzean) O-puntutik MO-ren bi lerro-tente DO/BO; eta lerro oyek eratzen duten DOB-zokoak, orretzek finkatzen du eskatzen diguten PO-zabalgunea. Izan ere PO-zabalgunea MO-ren tentea dezu (233); MO-lerroak izan dezaken zabalgune-tente bakarra (235).



(139 gn. irudia)

2) Bedi N-puntua AB-lerro zuzenetik kanpoan. (139 garren Egizu N-puntutik MN-lerroa, Ab-ren bizkia. (AB-lerroak eta N-puntuak finkatzen duten zabalgunean). Egizu N-puntu beretik PQ-zabalgunea, MN-ren tentea, lenengo txatalean egin genduan bezela; eta zabalgune auxe dezu, N-puntutik Ab-ren tentea. Izan ere, PO-zabalgunea (MN-ren tentea izanik) AB-ren dezu; MN eta AB alkar-bizki diralako (246, 2). Eta ezin diteke, beste orrelako zabalgune tenterik izan.

291. OARRA.

Aurreko zenbakian adierazi degunez,

kanpoko puntu **batetik** **lerro-zuzen** **botera**, **onen** **lerro-bizkia** **egiteko**; **lendabizi** **zabalgune** **bat** **eratu** **bear** **dezu** (**puntu** **orek** **eta** **lerro-zuzenak** **iinkatzen** **duten** **zabalgunea**), **eta** **urrena** **zabalgune** **ortan** **egizu** **lerro-bizkia**. (122, 8/4).

292. IRUGARREN ARKIGARRIA.— **Nola** **egingo** **zenduke** **puntu** **batetik** **zabalgune** **batera**, **onen** **lerro-bizkia**?

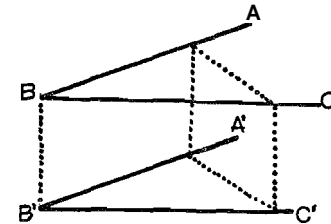
A _____ B

(140 gn. irudla)

Bitez A-puntua eta PQ-zabalgunea. (140 garren irudia).

Egizu zabalgunean edozein lerro-zuzen bat (CD); egizu A-puntutik AB-lerroa, CD-ren bizkia, eta orixe dezu PQ-zabalgunearen lerro-bizkia (248).

293. LAUGARREN ARKIGARRIA.— **Nola** **egingo** **zenduke** **puntu** **batetik** **zabalgune** **batera**, **onen** **zabalgune-bizlda**?



{141 gn. irudia)

Bitez B-puntua eta A'B'C'-zabalgunea. (141 garren irudia).

Egizkizu bi zabalgune, era ontan:

B-puntua ikutuaz A'B'C'-zabalgunea ebaki dezatela (BB'A'/BB'C').

Orain B-puntutik BB'A'-zabalgunean egízu BA-lerroa, B'A' epai-lerroaren bizkia; egizu baita BB'C'-zabalgunean BC-lerroa, B'C' epai-lerroaren bizkia ere; eta BA/BC lerro-bizkiek ínkatzen duten BAC-zabalgunea,

orixe dezu, eskatzen zaigun zabalgune-bizkia.

Izan ere, B-puntutik A'B'C'-ren zabalgune-bizkia egín ezkerro, bizki onek BB'A'-rekin egiten duan epai-lerroa, eta B'A'-lerroa biak alkar-bizki dira (276); orregatik BA-lerroarekin bat-egingo du.

Era berean, zabalgune orrek BB'C'-rekin egiten duan ebaki-lerroa, eta BC-lerroa, biak batera datoz, eta ABC-zabalgunea, biak bat-egitera datoz.

Orregatik, ABC-zabalgunea eta A'B'C'-zabalgunea, biak alkar-bizki dituzu, biak B-puntutik igarotzen dira, eta ezin diteke beste orrelako zabalgunerik egin.

294. OARRA.

Aurreko zenbakian ikusi degunez,

zabalgune baneton dauden bi zokoek. beren mugalde alkar-bizkiak baldin badítuzte, oyek daudeneko zabalguneak ere, alkar-bizki dituzu.

295. BOSGARREN ARKIGARRIA.— Nola arkituko zenduke, zabalgune bateon dauden bi lerro-zuzenen arteko bide-tarterik motxena?

— .B

£ TE D

(142 gn. irudia)

Bitez AB/CD lerro-zuzenak (142 garren irudia);

CD beko aldean *eta* AB goiko aldean.

Egizu CD-lerroaren puntu batetik EF-lerroa, AB-ren bizkia.

CD/EF lerroek finkatzen duten zabalguneari, QD deituko; orain AB-lerroaren puntu batetik, egizu GH-lerroa, QD-zabalgunearen tentea.

Urrena H-puntu ontatik QD-zabalgunean, egizu HM-lerroa, FE-lerroaren bizkia; azkenik M-puntutik egizu MN-lerroa, GH-ren bizkia, eta auxe dezu AB/CD lerroen arieko bide-tarterik motxena.

MN-lerroa AB/CD lerroen arteko biderik motxena dala adierazteko, egizu beste edozein lerro bat, RT adibidez, AB/CD lerroen artean; eta egizu R-puntutik RS-lerroa, MN-ren bizkia.

MN-lerroa OD-zabalgunearen tentea dezu, onen GH-bizkiaren tentea dalako (246, 2); baita RS-lerroa ere, MN-ren bizkia dalako (246, 2).

RT-lerroa beraz, ez da tentea, zear-lerro baizik, eta RS-baño aundiagoa; bañan RS-lerroa, MN-ren neurriko dan ezker (280, oarra), MN-lerroa RT-baño motxagoa dezu.

XXXII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Korputz-zabaldunak=Los cuerpos poliedros. Zenbait zabalde dituzten korputzak.

Lauzabala=El tetraedro. Lau zabalde dituan irudia.

Boszabal=El pentaedro. Bost zabalde dituana.

Zazpizabal=El heptaedro. Zazpi zabalde dituana.

Amabizabal=El dodecaedro. Amabi zabalde dituana.

Ogeizabal=El icosaedro. Ogei zabalde dituana.

Millazabal=El poliedro de mil caras. Milla zabalde dituana.

Neur-bateko zabaldun=El poliedro regular. Neurri bakarraz egiña.

KORPUTZ-ZABALDUNAK. LAUZABALAK

296. Zabalduna, zabalgunez esitako korputza da.

Zabalgune oyek, **zabalde** deritzate;

oyen epai-lerroak (ebaki-lerroak), **ertzalde**;

eta oyen arteko zokoak, **zabal-zoko**.

Zabaldunaren **koner-lerro**, zabalde ez-bereko bi kantoi ikutzen ditun lerroa da.

Zabaldun **ganbillak**, kantoi guztiak kanpo-aldera ditu; eta lerro-zuzen batek, bi zabalde bakarrik ebakiko lizkioke.

Liburu ontan, zabaldun ganbillak bakarrik aipatuko ditugu.

Zabaldunek, zenbat zabalde dituzten, izen bana artzen dute.

Iruzabal, 3 zabalde dituna dezu:

Lauzabal, 4 dituna; **boszabal**, bost dituna; **seizabal**, sei dituna; **zazpizabal**, zazpi dituna; **zortzi-abal**, zortzi dituna; **amabi-zabal**, amabi dituna; **amabost-zabal**, amabost dituna; **ogei-zabal**, ogei dituna; **irurogei-zabal**, irurogei dituna; eun-zabal, eun dituna; **milla-zabal**, milla dituna... eta abar.

297. Zabalduna **neur-bcrteko** dala diogu, zabalde berdiñak ditunean (neur-bateko zokodi berdiñak), eta zabal-zoko berdiñak.

Bestela, **neurri ez-bateko** esan oi da.

298. AZALKIZUNA.— **Neur-bateko zabaldun, bost bakarrik dituzu.**

Neur-bateko zabaldunak, neur-bcrteko zokodiak ditu mugalde; eta bere zokoak irutik gora dira (neur-bateko zokodiaren zabal-zoko). Eta zoko guztiak batera neurtuta (287).

lau zoko-tente baño gutxiago balio bear dute (irureun ta irurogei malla baño gutxiago).

Euki ezazu gogoan, beraz,

iruki mugakidearen zokoak 60" (irurogei malla) balio ditula; eta orregatik, iruki mugakidearen iru zokoekin, lauekin, edo bostekin, egin dezazukela zoko-zabalduna; ez ordea ortik goragoko zokoekin.

Izan ere,

$60 \times 3 = 180 < 360$ (60 iru-aldiz, 180 dira;
360 baño gutxiago, alegia).

$60 \times 4 = 240 < 360$ (60 lau-aldiz, 240 dira;
360 baño gutxiago, alegia).

$60 \times 5 = 300 < 360$ (60 bost-aldiz, 300 dira;
360 baño gutxiago, alegia).

$60 \times 6 = 360$ (60 sei-aldiz, 360 dira).

Laukiaren zokoak 90° balio ditu (larogei ta amar malla); eta orregatik laukiaren iru zokoekin, egin dezazuke zoko-zabaldun bat; ez ordea lau edo geiagoekin.

Izan ere

$90 \times 3 = 270 < 360$ (90 iru aldiz, 270 dituzu;
360 baño gutxiago, alegia).

$90 \times 4 = 360$ (90 lau-aldiz, 360 dituzu).

Neur-bcrteko boskiaren zokoak, 108° balio ditu (eun ta zortzi malla); eta orregatik, orrelako iru zokoekin bakarrik egin diteke zoko-zabalduna.

Izan ere,

$108 \times 3 = 324 < 360$ (108 iru-aldiz, 324 dituzu;
360 baño gutxiago, alegia).

$108 \times 4 = 432 > 360$ (108 lau-aldiz, 432 dituzu;
360 baño geiago).

Neur-bateko seikiaren zokoak, 120° balio ditu (eun ta ogei malla); eta orregatik, orrelako iru zokoekin ez daukazu zoko-zabaldun egiterik, eziñeko mugara iritxi zeralako.

Izan ere,

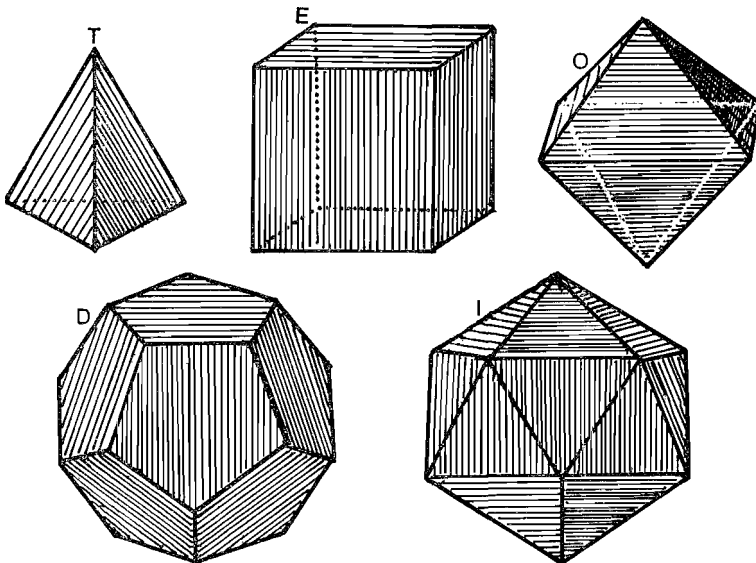
$120 \times 3 = 360^\circ$ (120 iru-aldiz, 360 dituzu).

Era berean, beste neur-bateko zokodiek ez dute, zoko-zabalduna egiteko balio, bostetik gora mugalde baldin badituzte.

Orrela bada, **bost bakarrik izan ditezke, neur-bateko zabaldun;** bost zabaldun-zoko bakarrik egin ditezkelako.

299. Bost neur-bateko zabaldunak, oetxek dituzu:

Neur-bateko lauzabola, lau iruki mugakidez esia. (143 garren irudia).



(143 gn. irudia)

Neur-bртеko seizabola, sei laukiz esia. (143 garren irudia).

Neur-bateko zortzizabala, zortzi iruki mugakiez esia. (143 gorren irudia).

Neur-bateko amabizabala, neur-bateko amabi boskiaz esia. (143 garren irudia).

Neur-bateko ogeizabcda, ogei iruki mugabidez esia. (143 garren irudia).

300. AZALKIZUNA.— Berdiñak dituzu bi louzabal:

1) **Zabcde bct** eta aldemenetako iru bizabalak, berdiñak eta berdinki jarriak baldin badituzte.

2) **Bi zabalde** eta torteko bizabala, berdiñak eta berdinki jarriak baldin badituzte.

3) **Lautik iru zabalde**, berdiñak eta berdinki jorriak baldin badituzte.

Banaka ikusi ditzagun iru txatalak.

$\wedge O$

$\Delta n \ll$

B

B'

(144 gn. irudia)

1) Bitez OABC eta O'A'B'C' lauabalak. (144 gn. irudia).

Bitez AOB eta A'O'B' zabalde berdiñak.

Bitez OA/O'A', OB/O'B', AB/A'B' bizabal alkar-berdiñak.

AOB-zabaldea A'O'B'-ren gañean jarri ezkerre;

OAC/OBC/ABC zabaldeak, O'A'C'/O'B'C'/A'B'C' zabalde-aldetara joango dira, bizabal berdiñak diralako;

beste ertzaldeak ere OC/AC/BC eta O'C'/A'C'/B'C' alkar-batera etorriko dira.

Orregatik, lauabal berdiñak dituzu.

2) Bitez lengo lauzabal berak, $AOB = A'O'B'$, $ADC = A'O'C'$ eta $OA = O'A'$.

AOB -zabaldea $A'O'B'$ -ren gañean ipiñi ezker,

AOC -zabaldea $A'O'C'$ -ren gañera etorriko, bizabal berdiñak dituztelako;

$OC/AC/BC$ eta $OC'/A'C'/B'C'$ ertzaldeak bata bestearen gañera datoz.

Orregatik, lauzabal berdiñak dituzu.

3) Bitez iru zabalde berdiñak $AOB = A'O'B'$, $AOC = A'O'C'$, $COB = C'O'B'$.

Iru zabalde berdiñak izanik, O zoko-iruzabala ere O' -ren neurriko dezu (286, 3).

Orregatik bata bestearen gañera egoki etorriko dira;

baita ABC eta $A'B'C'$ zabaldeak ere beren artean.

Ortaz, lauzabal berdiñak dituzu.

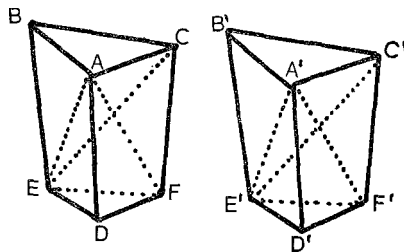
301. AZALKIZUNA,— Berdiñak dituzu bi zabaldun, beren zabaldeak eta zoko-bizabalak, berdiñak eta berdinki jarriak baldin badituzte.

Zabaldun baten zabalde bat, bestearen kideko gañean ipiñita, batera datoz, bizabalak eta beste zabaldeak berdiñak diralako.

Beste zabalde guztiak ere, bakoitza bere kidekoaren gañera etorriko.

Orregatik, zabaldun berdiñak dituzu.

302. Errez ulertuko dezu baita ere, bi zabaldun berdiñak dírala, batek besteak-ainbat lauzabal berdín, eta berdinki jarriak, ditunean.



(145 gn. irudia)

AZALKIZUNA.—Berdinak dituzu bi zabaldun, batek besteak-ambat lauzabal berdin eta berdin jamak ditunean.

Bitez ABCDEF eta A'B'C'D'E'F' zabaldunak (145 garren irudia). Eta bitez alkar-berdinak, lenengo zabaldunaren ADEF/ABCE/ACEF eta bigorrenaren A'D'E'F'/A'B'C'E'/A'C'E' F' lauzabalak.

Iruna lauzabal oyek berdina diralako,

AB/A'B'/B'C' eta gañerako bizabalak ere alkar-berdinak dituzu, zabaldunetan eta lauzabaletan berdinki sartzen bait-dera.

EF/E'F' bizabalak ere alkar-berdinak dituzu,

AEFD/A'E'F'D' eta AEFC/A'E'F'C' (ayen zatiak) alkar-berdinak diralako.

Alaberean, lauzabal berdina diralako,

ABC/A'B'C' zabaldeak ere berdina dituzu;

eta BCFE/B'C'F'E' zabaldeak ere berdina,

BCE/B'C'E' eta CEF/C'E'F' iruki berdina diralako (88).

Eta orrelaxe azalduko genduke, bi zabaldunetako beste zabaldeen berdintasuna.

Beraz, beren bizabal-zokoak eta zabaldeak,

berdina dituzten zabaldunak, berdina dituzu (301).

303. ALDERANTZIAN.—Bi zabaldun berdina diranean, batek besteak-ainbot lauzabal berdina, eta berdinki jarriak dauzka.

Bitez ABCDEF eta A'B'C'D'E'F' zabaldun berdina (145 garren irudia).

Aurrenekoan AEF/AEC zabaldeak eginik, eta bigarreanean A'E'F'/A'E'C', zabaldun bakoitza iru lauzabal biurtzen degu:

aurrenekoa AEDF/ABCE/ACEF eta bestea A'E'D'F'/A'B'C'E'/A'C'E'F'.

AEDF eta A'E'D'F' lauzabalek bi bizabal berdina dituzte ED/E'D', eta bi zabalde berdina AED/A'E'D'.

Izan ere, ABED/A'B'E'D' zabaldunen zabalde berdina diran ezkerre, oyek erdibituta, bina iruki berdina dituzu (88, alderantzia).

Orregatik, berdina dira.

Era ontan bertan adieraziko genduke, bear bada,

bi zabaldunetako beste lauzabalen berdintasuna.

XXXIII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Txuntxur=Pirámide.

Iruki-txuntxur=Pirámide triangular. Ikusi 304 garren zenbakia.

Lauki-txuntxur=Pirámide cuadrangular.

Boski-txuntxur=Pirámide pentagonal.

Albo-irukia=El triángulo lateral. Alboan dagona.

Txuntxur motza = Pirámide truncada. Tronco de pirámide.

Txuntxur-burua=Pirámide deficiente. Ikusi 306 garren zenbakia.

Albo-zabalde=Cara o plano lateral. Alboan dagon zabaldea.

Epai-zokodia = Polígono de la sección. Ebakitakoan sortu dan zokodia.

TXUNTXURRAK

304. TXUNTXUR deritzan zabalduak, zabalde bat zokodi dizu, edozein, eta gañerako zabaldeak, kantoi batera biltzen diran zenbait iruki-zabal.

Txuntxurraren **kantoi** dezu, iruki-zabal guztien kantoi bakarra.

Txuntxurraren **oñtzpi**, kantoiaren bestaldeko zokodi-zabala dezu.

Txuntxurraren **goibe, kantoitik oñazpira dijoan lerro-tentea.**

Txuntxurra izan diteke:

Iruki-txuntxur, oñazpitzat iruki-zabala daukana.

Lauki-txuntxur, oñazpitzat lauki-zabala duna.

Boski-txuntxur, oñazpitzat boski-zabala duna.

Eta era ontan gañerantzekoak.

Neur-bateko txuntxur dezu, oñazpitzat neur-bateko zokodia izanik, aldemenetako ertzalde berdiñak dituna.

305. ONDOREAK.

1) **Neur-bateko txuntxurraren albo-irukiak, berdiñak eta bikideak dituzu.**

2) **Neur-boteko txuntxurraren goibea, oñazpiaren biotzera dator** (241).

3) **Neur-boteko txuntxurraren berun-lerroa, albo-irukien goibea dezu.**

OARRA.— **Lauzabala** iruki-txuntxur dezu eta neur-batekoa baldin bada, neur-bateko zabaldu dezu. Beste neur-bateko txuntxurak, ez bait-dira neur-bateko zabaldu.

306. Txuntxur **motza** dezu, oñazpítíkan zearkako epaí-zabalgunerako dagoan **txuntxur-zotia.**

Txuntxur-burua dezu,

epaí-zabalgunetikan kantoira dagoan **txuntxur-zotia.**

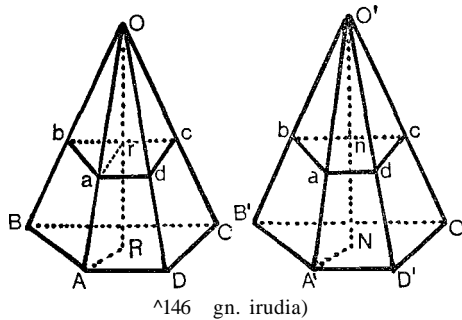
Txuntxur-motzaren **oñazpiak** dituzu,

bata txuntxurraren oñazpia, eta bestea epai-zabalgunea.

Txuntxur-motzaren **goibea** dezu,

bi oñazpien arteko bide-tartea.

307. **AZALKIZUNA.**— **Berdiñak dituzu bi txuntxur, beren oñazpiak, albo-zabalde bat, eta oyen arteko bizabala, berdiñak baldin badituzte.**



Bitez (146 eta 147 garren irudietan)

lenengo txuntxurraren ABCD-oñazpia,

eta bigarren txuntxurraren A'B'C'D'-oñazpia, biak berdiñak;

lenengoaren AOB-zabaldea, eta bigarrenaren A'OB'-zabaldea,

biak berdiñak:

lenengoaren AB-bizala eta bigarrenaren A'B'-bizabala, biak berdiñak.

Lenengo txuntxurraren ABCD-oñazpia, bigarrenaren A'B'C'D'-oñazpiaren gañean jarrita, AOB-zabaldeak (batena eta bestearena) batera datoz, AB-bizabalak (batena eta bestearena) berdiñak diralako.

Orretzaz gañera, lenengoaren O-puntua, bestearen O-puntura dator eta orregatik, bi txuntxurren ertzaldeak bat-egiñik gelditzen dira. Ortaz, txuntxur berdiñak dituzu.

308. AZALKIZUNA.—Txuntxurra oñazpiaren zabolgune-bizkiaz moztu ezker:

- 1) Txuntxur osoaren eta txuntxur-buruaren goibeek, eta beren ertzaldeek alkar-neurtzen dute.
- 2) Epai-zokodia eta oñazpia, alkar-neurtzen dutenak dira.
- 3) Zokodi oyen zabalek, eta kantoirañoako gotbo bikondetuak, alkar-neurtzen dute.

Adierazi ditzagun banaka.

1) Bedi OABCD-txuntxurra (147 garren irudia).

Emen, abcd-zabalgunea ABCD-oñazpiaren bizkia da; eta onen bidez txuntxurra moztu dezagun.

AB/ab BC/bc eta abar lerroak, alkar-bizki dituzu (276); orregatik AOB/aob BOC/boc eta abar iruki antz-kide dira; eta alkar-neurtzen dutelako, berdintza auek datoz:

$$\frac{OA}{Oa} = \frac{AB}{ab} = \frac{OB}{ob} = \frac{OB}{Ob} = \frac{BC}{bc} = \frac{OC}{Oc} \text{ eta abar}$$

OA Oa-ren aldean,, AB ab-ren aldean, eta OB ob-ren aldean ainbat dezu;

alaberean, OB ob-ren aldean, BC bc-ren aldean, eta OObren aldean ainbat dezu.

Egizu orain, OA-ertzaldea eta OR-goibea artzen ditun zabalgunea; emen, aurreko arrazoiengatik, AR/ar alkar-bizkiak dituzu (276), eta AOB/aOb BOC/bOc eta abar, iruki antz-kide.

Örtaz, berdintza au dator, $\frac{OA}{Oa} = \frac{OR}{Or}$

(OA Oa-ren aldean, OR Or-ren aldean ainbat).

Ontatik eta goiko berdintzetatik, beste au dator,

$$\frac{OR}{Or} = \frac{OA}{oa} = \frac{OB}{Ob} = \frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc}$$

Onela irakurri:

OR or-ren aldean, OA Oa-ren aldean, OB Ob-ren aldean, AB ab-ren aldean, eta BC bc-ren aldean ainbcrta dala)

OR dezu, txuntxur osoaren goibea;

Or berriz, txuntxur-buruaren goibea.

OA dezu, txuntxur osoaren ertzaldea;

Oa berriz, txuntxur-buruarena.

OB dezu, txuntxur osoaren beste ertzaldea;

Ob berriz, txuntxur-buruaren beste ertzaldea.

Eta guzti oyeke, adierazi degunez, alkar-neurtzen dute.

2) Aurreko berdintzetan agiri danez (147 garren irudia)

$$\frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc} = \frac{CD}{cd}$$

Onela irakurri:

(AB ab-ren aldean, BC bc-ren aldean, eta CD cd-ren aldean ainbat).

Ortaz ABCD/abcd zokodiek, era-bereko zabalde antz-kideak dituzte, eta zabalde bizkien zoko alkar-berdiñak (250).

Orregatik zokodi antz-kide dituzu.

3) ABCD/abcd zokodi antz-kide diralako (221) berdintza au dator:

$$\frac{ABCD}{abcd} = \frac{AB^2}{ab^2}$$

(ABCD abcd-ren aldean, AB-bikondetua ab-bikondetuaren aldean ainbat).

Bañan lenengo txataletik $\frac{AB}{ab} = \frac{OR}{or}$ dan ezker,

berdintza au dator, $\frac{AB^2}{ab^2} = \frac{OR^2}{or^2}$

(AB-bikondetua ab-bikondetuaren aldean,
OR-bikondetua or-bikondetuaren aldean ainbat dala)

$$\text{Etaazkenikbesteau} \quad \begin{array}{c} \wedge \\ abcd \end{array} \quad - \quad \begin{array}{c} \wedge L \\ Or^2 \end{array}$$

(ABCD-txuntxurraren oñazpia abcd-txuntxurraren epai-zokodiaren aldean, OB txuntxur osoaren goibe-bikondetua, Or txuntxur-burua-
ren goibe-bikondetuaren ainbat dala).

309. AZALKIZUNA. Goibe bera eta balio-bereko oñazpia dituzten bi txunixur, kantoitik tarte berdiñera, eta oñazpien zabalgunebizkiaz, ebakitzen badituzu, ebakiaz egindako zabalgunek balio-bereko dituzu.

Izen-emaiezu, txuntxur baten oñazpiari A, bestearenari A';
baten epai-zabalguneari E, bestearenari E';
oñazpitik kantoirako goibeari G, bestearenari G';
oñazpitik epai-zabalgunerako goibeari g, bestearenari g';
eta aurreko azalkizunean (3 garren txaltalean) ikusi degunez,
berdintza auek datoz,

$$\text{lenengo txuntxurrean } A : E ; ; G^2 : g^2$$

(A E-ren aldean, G-bikondetua g-bikondetuaren aldean ainbat dala);

$$\text{bigarren txuntxurrean } A' : E' :: G^2 : g^2$$

(A' E'-ren aldean, G'-bikondetua g'-bikondetuaren aldean ainbat dala);

bañan aurrez esan degunez,

G = G' dezu (G G'-ren neurriko) baita $G^2 = G'^2$ ere (G-bikondetua G'-bikondetuaren neurriko)

Baita ere $g = g'$ eta $A = A'$

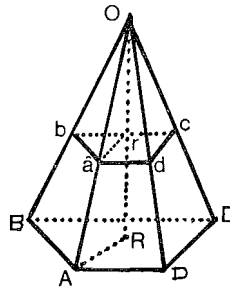
(g g'-ren neurriko, eta A A'-ren neurriko).

Ortaz goiko berdintzek, lautik iru gai berdiñak dituzten ezkerro, laugarrena ere berdiña bear dute izan; orregatik $E = E'$ dezu (E E'-ren neurriko).

Edo berdin dana:

Txuntxur baten epai-zabalgunea, bestearen neurriko dezu.

310. ARKIGARRIA.—Oñazpi bizkiak dauzkan txuntxur-motza izanda, nola arkituko zenduke txuntxur osoaren goibea, eta buruarena? Bedi ABCD/abcd txuntxur-motza (148 garren irudia).



(148 gn. irudia)

$$\frac{AB}{ab} = \frac{OA}{O\alpha}$$

$$\frac{OA}{O\alpha} = \frac{OR}{Or}$$

$$\frac{AB}{ab} = \frac{OR}{Or}$$

$$\frac{AB - ab}{AB} = \frac{OR - Or}{OR} \quad \text{eta} \quad \frac{AB - ab}{ab} = \frac{OR - Or}{Or}$$

OR-ri Or kenduta, Or-ren aldean ainbat dala.

Konturatu zaitea, AB bezela beste edozein era-bereko mugalde jarri genezakela;

eta OR-ri Or kendu ezker, txuntxur-motzaren goibea gelditzen dala.

Ortaz oñazpiaren edozein mugaldeari M deitu ezker,

epai-zabalgunearen (era bereko) mugaldeari m,

eta txuntxur-motzaren goibeari g,

berdmtza au datorkigu: $\frac{M - m}{M} = \frac{g}{OR} = \frac{M - m}{m}$ g Or

Onela irakurri:

M-ri m kendu, eta M-ez zatitu ezker,

g OR-ez zatituta ainbat dezu;

eta M-ri m kendu, eta m-ez zatitu ezker,

g Or-ez zatituta ainbat dezu.

Emendik agiri danez, txuntxur osoaren goibea, au da:

$$OR = \frac{M \times g}{M - m}$$

eta txuntxur-buruarena beste au: $OR = \frac{m \times g}{M - m}$

ADIBIDEZ.—Txuntxur-motzak 5 metro goibe baldin baditu,

oñazpiaren mugaldeak 3 metro,

eta epai-zabalgunearen era-bereko mugaldeak 2 metro;

txuntxurraren goibea nola arkituko zenduke?

OR (goibe osoa) billatzeko, erabili dezagun esan degun araubidea,

eta izki-letraen orde zerbakiak jarrita, onela arkituko degu:

$$OR = \frac{M \times g}{M - m} = \frac{3 \times 5}{1} = 15 \quad (\text{Amabost metro}).$$

Eta txuntxur-buructren goibea ateratzeko, ori bera egin dezagun bere araubidea erabilliaz, onela:

$$Or = \frac{m \times g}{M - m} = \frac{2 \times 5}{1} = 10 \quad (\text{Amar metro}).$$

XXXIV GAHRENİKASKAIA

Itz bereziak

Bizkirudia=El prisma. Prisma-k bai bi oñazpiak, bai albo-zabalde bakoitzaren ertzaldeak, denak alkar-bizkiak ditu. Orregatik, bizkiez egindako irudia dezu. Bizki-irudia.

Iruki-bizkirudia=El prisma triangular. Ikusi 311 garren zenbakia.

Lauki-bizkiirudia=El prisma cuadrangular.

Beski-bizlirudia=El prisma pentagonal.

Bizkirudi lentea=El prisma rectangular. Zoko tentea duan bizkirudia.

Bizkirudi zearra=El prisma oblicuo. Zoko ez-tenteak dituan bizkirudia.

Bizkirudi motza=El prisma truncado. Tronco de prisma.

Bizkirudi parebiduna=El prisma paralelepípedo Bi oñazpi parebidun dituana

Parebidun azpi-tentea=El paralelepípedo rectangular. Oñazpi-zoko tenteak dituana.

Parebidun albo-tentea=El paralelepípedo rectángulo. Albo-zoko tenteak dituana.

Seizabal=Cubo. Paralelepípedo de seis caras cuadradas. Sei lauki-trinkoz esitako bizkirudi-parebiduna.

BIZKIRUDIAK

311. Bizkirudi izeneko zabalduak, bi zabalde bizki-berdin ditu, eta gañerako zabaldeak bizki-parebidun. Ikusi itz au iztegi berezian.

Bizkirudiaren **Oñazpi**, beraren bi zabalde bizki-berdiñak dituzu.

Bizkirudiaren **Goibe**, bi oñazpien arteko bidea, dezu.

Bizkirudiak izan ditezke:

iruki-bizkirudi, lauki-bizkirudi, boski-bizkirudi eta abar.

Iruki-bizkurudi,

bi oñazpia iruki dituna, dezu;

Lctuki-bizkirudi,

bi oñazpiak lauki dituna;

Boski-bizkirudi,

bi oñazpiak boski dituna;
eta era ontan gañerakoak.
Bizkirudiak ere izan ditezke:
tente, zear, neur-bateko, eta motz.

Bizkirudi-tentea dezu,

bere aldemenetako ertzaldeak, bi oñazpien tente dituna.

Bizkirudi-zearra dezu,

bere aldemenetako ertzaldeak, bi oñazpien ez-tente dituna.

Neur-bateko bizkirudia dezu,

tente izanik, oñazpiak neur-bateko zokodi dituna.

Bizkirudi-motza dezu,

oñazpi batetik, zearkako epai-zabalgunera dagoan bizkirudi-zatia.

Bizkirudi-motzak bi **Oñazpi** ditu:

bata, bizkirudiaren oñazpia, eta bestea, epai-zabalgunearen zokodia.

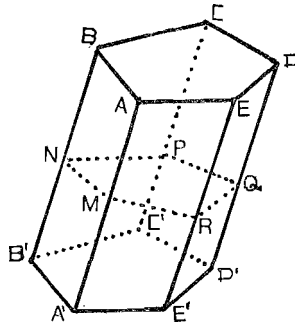
312. ONDOREAK

- 1) **Bizkirudiaren ertzaldeak, alkar-bizki eta alkor-berdin dituzu** (246/279).
- 2) **Bizkirudi-tenteak, zabal-zoko tenteak ditu; eta edozein ertzalde, goibe** (244/279).
- 3) **Neur-bateko bizkirudiak, zabal-zoko tenteak eta berdiñak ditu** (75, 4).

313. Bizkirudi bat egiteko (149 garren irudia),

egizu aurrenik oñazpiko A'B'C'D'E'-zokodia;
gero, zokodi onen kantoietatik, egin itzazu AA'/BB'/CC' eta abar
lerro bizki-berdiñak (edo oñazpien tenteak, bizkirudi tentea egin
nai bazendu); lotu itzazu oyen muturrak A/B/C/D/E, eta ABCDE/
A'B'C'D'E' bizkirudia egin dezu.

Izan ere, AA'/BB'/CC' eta abar ertzalde bizki-berdiñak egiñik,
AB'/BC' CD' eta abar, zabalde-parebidun dituzu (76, 2).



(149 gn. irudia)

Ortaz AB -lerroa, $A'B'$ -ren bizki-berdin dezu;
 BC -lerroa, $B'C'$ -ren bizki-berdin; eta orrela gañerakoak (250).
 Orregatik, $ABCDE$ -zokodia $A'B'C'D'E'$ -ren neurriko dezu;
 beren zokoak eta zabaldeak, alkar-berdiñak bait-dituzte.

Azkenik A -puntutik $A'B'C'$ -ren zabalguneez bizkia egiten badegu,
 bi zabalguneez bizkien arteko ertzaldeak, berdiñak bear dute izan
 (279).

Egin degun zabalgunea, $B/C/D$ eta abar puntuen muturrez-mutur
 dijoa;

eta BB'/CC' eta abar ertzaldeak, AA' -ren neurriko dituzu.

Orregatik, $ABCDE/A'B'C'D'E'$ egin degun irudia, bizkirudi dezu;
 oñazpi bizki-berdiñak eta zabalde-parebidunak bait-ditu.

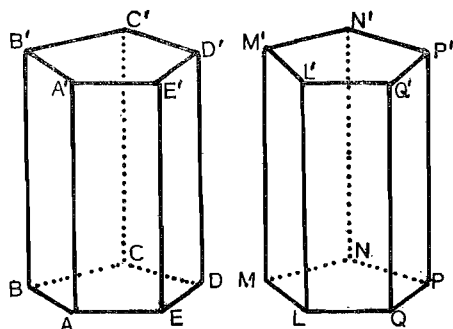
OARRA.—Modu berean adierazi genezake,

**Bizkirudia (oñazplen zabalguneez bizkiaz) ebakitzen badegu,
 aren epai-zabalgunea oñazpienez neurriko dala.**

Ertzalde bizki-berdiñak bait-ditu.

**314. AZALKIZUNA.—Berdiñak dituzu bi bizkiradi; oñazpi berdiñak,
 alboko zabalde bana berdinean, eta oyen arteko zoko-bizabal berdiña,
 baldin badituzte.**

Bitez $ABCDE/A'B'C'D'E'$ eta $LMNPO/L'M'N'P'O'$ bizkirudiak (150 ga-
 rren irudia).



(1/50 gn. irudia)

Bitez AB' eta LM' zabalde berdiñak;
eta AB/LM zoko-bizabal berdiñak.

$ABCDE$ -oñazpia $LMNPO$ -oñazpiaren parez-pare jarri ezkeró,
 AB' -zabaldea LM' -zabaldearen gañera dator era-egokian,
 AB/LM zoko-bizabal berdiñak diralako;
eta oñazpi berdiñak egin ditugunez, biak-bat egiñik gelditzen dira.

Orra bada, oñazpi biak bat-egiñik,
eta A' puntua L' -puntuan gelditzen diran ezkeró,
puntu batetik zabalgune batera, zabalgune-bizki bakarra egin di-
teke.

Orregatik $A'B'C'D'E'$ eta $L'M'N'P'O'$ zabalguneak batera-datoz,
eta berdiñak egin ditugun ezkeró, biak bat-eginda gelditzen dira.
Ortaz bi bizkimdien gai guztiak (kantoi, ertzalde, zabalde...)
bata-beste-alkartzen dituzu erabat;
eta orregatik bizkirudi berdiñak dira.

**315. AZALKIZUNA.—Berdiñak dituzu bi bízkirudi-tente. oñazpi ber-
diñak eta goibe bera baldin badituzte.**

Izan ere, oñazpi berdiñak bata bestearen gañean ipiñita,
kantoi bakoitzean altxatako ertzaldeak bat-eginda gelditzen dira,
oñazpiak kantoiz-kantoi daudelako.

Bestela, kantoi-puntu bakoitzetik oñazpietara boteak,
bi lerro-zuzen egongo lirake puntu ber-berean. Ezin diteken gauza.

Gañera ertzalde berdiñak dira, bakoitza bizkirudiaren goibea dalako; eta erabat alkartzen dira.
Orregatik bizkirudi berdiñak dituzu.

316. Bizkirudia **Parebidun** dala diogu,
oñazpi biak parebidun dituean.

Bizkirudi-parebiduna bi eratako izan diteke:
azpi-tente eta albo-tente.

Azpi-tentea dala diogu,
oñazpi-zoko tenteak dituean.

Albo-tentea,
albo-zoko tenteak dituean.

Albo-tenteak, beraz, zoko-tente ditu guztiak,
bai oñazpietakoak, baita alboetakoak ere.

Seizabola esan oí da,
sei lauki-trinkoz esitako bizkirudi-parebiduna.

ONDOREA.—**Seizobala, neur-bateko seikia dezu.**

Izan ere, bere zabalde guztiak lauki-trinko berdiñak ditu;
bizabal guztiak berriz, zoko-tente;
eta zoko-zabaldunak (seizabalaren iruna zokoz eratuak) neurrí-be reko.

OARRA.

Seizabala, neur-bateko zabaldun dezu. bakorra.

Gañantzeko neur-bateko bizkirudiak, ez dira neur-bateko zabaldun.

317. Azalkizuna.—**Bizkirudi-porebidunaren (aurrez-aurreko) albo-zabaldeak, bizki-berdiñak dituzu.**

Bedi abcd/ABCD bizkimdi-parebiduna (151 garren irudia).

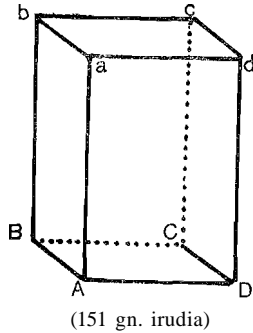
Aurrez-aurreko Ad/Bc albo-zabaldeak, bizki-berdiñak dirala diogu.

Izan ere, aA/bB ertzalde bizki-berdiñak dira (312, 1);

eta baita AD/BC ertzaldeak ere (74), BD lauki-parebiduna dalako.

Ortaz aAD/bBC zoko berdiñak dira (250)

(beren mugaldeak, berdiñak eta berdinki jarriak dituztelako);



Ad/Bc zabalde-parebidunak ere, berdiñak dira (75, 4)
 (mugalde berdiñak eta tarteko zoko berdiña dituztelako),
 ourreneko txatalean adierazi nai genduanez.

Bestetik, aAB/bBC zokoek ñinkatzen dituzten zabaldeak, bizkiak di-
 tuzu (294),
 mugalde alkar-bizkiak dituztelako.

Ortaz Ad/Bc zabaldeak ere alkar-bizkiak dituzu,
 bigarren txatalean adierazi nai genduanez.

Era berean adieraziko genizuke,
 aurrez-aurreko bB/cD albo-zabaldeak ere, bizki-berdiñak dirala.

318. ONDOREA.

**Bizkirudi-parebiduneon, aurrez-aurreko bi zabalde edozein artu ditez-
 ke oñazpitzot.**

Bizki-berdiñak bait-dira,
 bizkirudiaren oñazpiak bezelaxe. (311).

XXXV GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Zabaldun antz-kide=Poliedros semejantes. Zabaldun berdintsu.

Lauzabal-molza=Tetraedro parçial. Truncado.

Lauzabaiairen gaiak = Los elementos constitutivos del tetraedro, Zabalde, ertzalde, kantoï, zoko...

ZABALDUN ANTZ-KIDEAK

319. Zabaldun antz-kide (edo berdintsu) dituzu, era-bereko bizabal berdiñak, eta era-bereko zabalde berdintsuak, dituztenak.

320. ONDOREA.— Zabaldun berdintsu diranean, era-bereko bina ertzalde guztiek, beti berdin neurtzen dute alkar.

Zokodi berdintsuen, era-bereko mugalde diralako.

321. AZALKIZUNA.—**Ebaki ezazu lauza bala, bere zabalde baten zabalgunee-bizkiaz, eta lauza bal motza, osoaren antz-kide dezu.**

Bitez OABC lauza bala, eta A'B'C' epai-zabalgunea, ABC-ren bizkia.

OA/OA' bizabalak, biak-bat dira; OB/OB' bizabalak, biak-bat;

OC/OC' bizabalak, biak-bat.

AB A'B'-ren neurriko dezu; BC B'C'-ren neurriko, eta AC A'C'-ren neurriko;

ABC/A'B'C' zabalgunee bizkien arteko pare-zoko bait-dira.

Orregatik, OABC eta OA'B'C' lauza balek, bizabal berdiñak dituzte.

Bestetik, oñazpiko ABC-irukia A'B'C'-irukiaren antz-kide dezu,

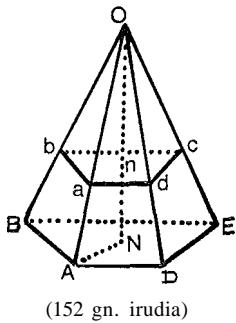
beren mugalde guztiek (epai-lerro bizki) alkar-neurtzen dutelako (276); eta zoko berdiñak dituztelako (250).

AOB-irukia A'OB'-ren antzkide dezu; AOC-irukia A'OC'-ren antz-

kide; etct BOC-irukia B'OC'-ren antz-kide (276 eta 156).
 Ortaz bi lauzabalek, era-bereko zabalde berdintsuak dituzte.
 Orregatik OABC eta OA'B'C' lauzabal antz-kide dituzu (319).

322. AZALKIZUNA.— Ebaki ezazu txuntxurra, bere oñazpiaren zabalgune- bizkiaz, eta txuntxur-burua, txuntxur osoaren antz-kide dezu.

Lengo azalkizuna bezelaxe adierazten degu.



Izan ere (152 garren irudia),
 Oa albo-bizabala eta OA, biak bat dituzu;
 Ob albo-bizabala eta OB, biak bat;
 Oc albo-bizabala eta OC, biak bat; eta orrela gañerakoak.

Alaberean,
 ab abcd-oñazpiaren bizabala eta AB, ABCD-rena, biak berdiñak dira;
 be abcd-oñazpiaren bizabala eta BC, ABCD-rena, biak berdiñak;
 cd abcd-oñazpiaren bizabala eta CD, ABCD-rena, biak berdiñak;
 eta orrela gañerakoak.

Bestetik,
 abcd-oñazpia eta ABCD-oñazpia, biak antz-kide dira;
 aOb-irukia eta AOB-irukia, biak antz-kide;
 bOc-irukia eta BOC-irukia, biak antz-kide;
 cOd-irukia eta COD-irukia, biak antz-kide;
 eta orrela gañerakoak.

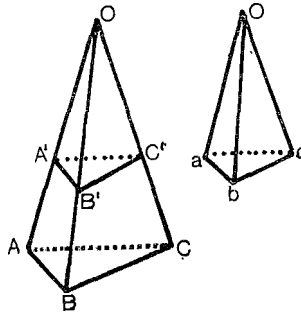
Orregatik (aurrez esan dítugun guztiak gogoan arturik)
 Oabcd-txuntxurra eta OABCD-txuntxurra, biak antz-kideko dituzu.

OARRA.— Oraintxe bertan ikusi degunez,
 txuntxur osoa eta txuntxur-burua, biak anfv-kideko dira;
 eta, alaberean, beroyen bi goibeak eta ertzaldeak,
 alkar-neurtzen dutenak dituzu (308, 1);
 eta orregatik, au esan dezakegu:

**Bi txuntxur antz-kideek eta beren era-bereko ertzaldeek,
 alkar-neurtzen dutela.**

323. AZALKIZUNA.— Antz-lddekoak dituzu bi lauzabal:

- 1) Iru bizabal berdin, eta aldameneko zabalde berdintsua dituzteneon.
- 2) Bi zabalde berdintsu, eta torteko bizabal berdiña, dituzteneon.
- 3) Iru zabalde berdintsu, eta gai guztiak era-berean ipiñiak dituztenean.



(153 gn. irudia)

Artu dezagun OA-ertzaldean (153 garren irudia) OA'-lerroa, oa-ren neurrikoa;

eta A'-puntutik, egin dezagun A'B'C'-zabalgunea, ABC-ren bizkia (300), eta OA'B'C'-lauzabala oabc-lauzabalaren neurriko dezu; bañan OABC eta OA'B'C' antz-kideko diran ezker, OABC eta oabc ere antz-kide bear dute izan, nai-ta-naiez.

Bañan au bera zabaltxeago eta garbiago adierazi dezagun.

- 1) Bitez OABC eta oabc lauzabalak (153 garren irudia); bedi AOB-zabaldea aob-ren antz-kidea;

eta bitez OA oa-ren neurriko, OB ob-ren neurriko, AB ab-ren neurriko.

Artzazu OA-ertzaldean OA'-lerroa, oa-ren neurrikoa; egizu A'-puntutik A'B'C'-zabalgunea, ABC-ren bizkia; OABC-lauzabala eta OA'B'C'-lauzabala, biak antz-kideko dituzu (321). Eta bi lauzabalak antz-kide diralako, AOB eta A'OB' irukiak ere antz-kide dituzu, AOB/aob antz-kide egin genitun ezkerre; eta orregatik (A'OB' eta aob irukiak alkar antz-kide diralako), zoko guztiak berdiñak dituzte.

Ortaz, A'OB' eta aob iruki berdiñak dituzu (66, 1); OA'-ertzaldea oa-ren berdiña egin bait-degu, eta urreko zoko berdiñak bait-dituzte.

Bestetik berriz,

OA'-bizabala oa-ren neurriko dezu, OB'bizabala ob-ren neurriko, eta A'B'-bizabala ab-ren neurriko; izan ere, OA'/oa OA-ren neurriko bait-dira, OB'/ob OB-ren neurriko, eta A'B'/ab AB-ren neurriko. Ortaz, OA'B'C'-lauzabala eta oabc-lauzabala, biak berdiñak dira (300, 1); berriñan OA'B'C' eta oabc antz-kideko dituzu, OABC-ren antz-kide diralako.

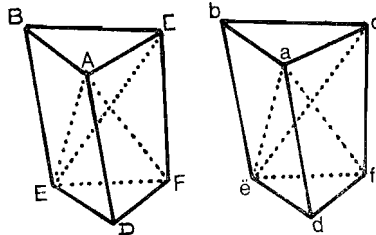
2) OABC eta oabc lauzabalek, bina iruki antz-kide (AOB/AOC eta aob/aoc) eta bizabal bana berdin (OA = oa) dituzten ezkerre. len esan ditugunak berritatu, eta berdintza auek aterako genituzke:

A'OB'-zabaldea aob-ren neurriko dala,
A'OC'-zabaldea aoc-ren neurrikoa,
B'OC'-zabaldea boc-ren neurrikoa;
OA'B'C'-lauzabala oabc-ren neurrikoa (300, 3),
eta oabc-lauzabala OABC-ren antz-kidekoa.

3) OABC eta oabc lauzabalek, iruna iruki antz-kide (AOB/AOC/BOC eta aob/aoc/hoc) dituzten ezkerre, len esan ditugunak berritatu, eta berdintza auek aterako genituzke:

A'OB'-zabaldeo: aob-ren neurrikoadala,
 A'OC'-zabaldea aoc-ren neurrikoa,
 B'OC'-zabaldea boc-ren neurrikoa;
 OA'B'C'-lauzabala oabc-ren neurrikoa (300, 3),
 eta oabc-lauzabala OABC-ren antz-kidekoa.

324. AZALKIZUNA.— Bi zabaldu alkarren ontz-kide dituzu; batak besteak-oinbat louzabal berdintsu eta era-berean jarriak baldin baditu.



(154 gn. irudia)

Begira ondo 154 garren irudiari.

ABCDEF-zabalduak iru louzabal ditu ADEF/ABCE/ACEF;

abcdef-zabalduak berriz, beste iru adef/abce/acef;

eta lruna zabaldu aukeratuak, bata bestearen antz-kide, dituzu.

Izan ere,

ADEF eta adef bi louzabalak, alkarren antz-kide diralako,

berdintza aukeratu datoz: $AD = ad$, $ED = ed$, $DF = df$;

AD-bizabala ad-ren neurriko dala, ED-bizabala ed-ren neurriko, eta

DF-bizabala df-ren neurriko.

AEFD bizabal-zatia ere, aefd-ren neurriko dezu.

Era berean, ACEF eta acef louzabalak alkarren antzeko diralako,

beste berdintza aukeratu datozkigu:

CF-bizabala cf-ren neurriko dala,

eta AEFC bizabal-zatia aefc-ren neurriko baita ere.

Beraz, AEFD aefd-ren neurriko, eta AEFC aefc-ren neurriko diralako,

berdintza aukeratu dator: $AEFD + AEFC : aefd + aefc$.

Onela irakurri:

$AEFD/AEFC$ biak batera, $aefd/aefc$ biak batera ainbat dituzu..

Edo berdin dana,
EF-bizabala ef-bizabalaren neurriko dala.

Modu berean adierazi genezake,
zabaldunen beste bizabalak, berdiñak dirala;
lauzabalen zabaldeak alkarren antz-kide diralako, alegia;
edota bizabal-zati berdiñak dituztelako.

Alaberean, ADEF-lauzabala eta adef-lauzabala alkarren antz-kide diralako, beste berdintza auek datoz:
EDF-zabaldea edf-ren antz-kide dezu,
ADE-irukia ade-ren antz-kide,
ABCE-lauzabala abce-ren antz-kide,
eta ABE-irukia abe-ren antz-kide.

Ortaz, ABED eta abed zabaldeak alkarren antz-kide dira;
batek besteak-ainbat iruki antz-kíde eta era-berean jarriak dítulako (160).

Orrelatsu adierazi genezake ere,
zabaldunen beste zabaldeak alkarren antz-kide dirala:
lauzabal berdintsuen era-bereko zabaldeak diralako,
edota bina iruki berdintsu dituztelako.

Beraz, beren bizabalak alkarren neurriko,
eta era-bereko zabaldeak alkarren antz-kide dauzkaten zabaldunak,
antz-kide edo berdintsu dituzu.

325. ALDERANTZIAN.— Bi zabaldun alkarren antz-kide baldin badira, batek besteak-ainbat lauzabal berdintsu eta berdinki jarrlak dauzka.

Bitez ABCDEF eta abcdef zabaldun antz-kideak (154 garren irudia).

Egizkizu bi zabalgunek (AEF/AEC) aurreneko zabalduneari; eta beste bi (aef/AEC) bigarreneari; eta iruna lauzabal ikusi zenitzake: ADEF/ABCE/ACEF eta adef/abce/acef.

Zabaldun berdintsuak diran ezkerre,
ADEF eta adef lauzabalek bana bizabal berdin dute (ED = ed),
eta bana zabalde antz-kíde (DEF eta def).

Orretzaz gañera,
bana iruki antz-kide dute (AED eta aed) (157, 2),
(ADE-zokoa ade-ren neurriko bait-da);
eta bina mugalde era-bereko (AD/ad eta DE/de)
(ABED/abed zokodi antz-kideen mugalde bait-díra).

Lauzabal auek, beraz, alkarren antz-kide dira (323, 2):
bina zabalde antz-kide, eta tarteko zoko-bizabala berdiña dituzte-
lako.

Era bera ortantxe adierazíko genduke baita,
gañerako lauzabalen antz-kidetasuna ere.

XXXVI GARREN IKASKAIA

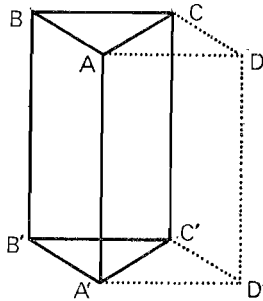
Itz bereziak

Ez da emen itz berezirik agertzen.

BALIO-BEREKO ZABALDUNAK

326. AZALKIZUNA.— Iruki-bizkirudia (naiz tentea, naiz zearra), goibe bera eta bi-alako oñazpi dauzkan, bizkirudi-parebidunaren erdia dezu.

Tentea eta zearra, biak banaka aztertu ditzagun.



1) Bedi $ABC/A'B'C'$ bizkirudi-tentea (155 garren irudia).

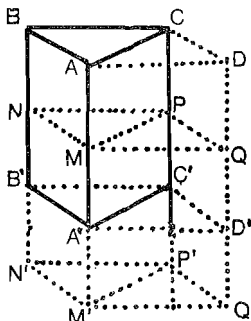
BD' bizkirudi-parebiduna osatuaz, bi iruki-bizkirudi ikusiko dituzu: $ABC/A'B'C'$ bata, eta $ACD/A'C'D'$ bestea.

Biek oñazpi berdiñak ($A'B'C'/A'C'D'$) eta goibe bera dituzte (75, 3); eta orregatik biak alkar-berdiñak dira (315).

Ortaz, bakoitza (naiz ABC, naiz A'B'C') BD' bizkirudi-parebidunaren erdia dezu.

2) Bedi ABC/A'B'C' zear-bizkirudia (156 garren irudia).

BD' bizkirudi-parebiduna osatu ondoren, ebaki-itzazu onen ertzaldeak, goitik berañoko zabalguneteaz.



(156 gn. irudía)

Orain, MNPO epai-zabalgunea goi-oñazpi dalarik, osatu-ezazu NQ' parebidun-tentea; bien ertzaldeak (BD'/NO') berdiñak izan ditezen eran.

Eta orra, zer gertatzen dan:

MP/M'P' bi koner-lerro egiñik, NO' parebidun-tentea erdibitzen dezu,- eta erdi bakoitzean, iruki-bizkirudi tente bana daukazu. Aurreneko txatalean adierazi genduana.

Emen beraz, ABCMNP eta A'B'C'M'N'P' zabaldunek ertzalde berdiñak dituzte, (BN = B'N'). BN izan ere, BB' — NB' dezu, eta B'N' berri, MN' — NB';

BB' eta NN' alkar-berdiñak diralako.

Era berean, beste ertzalde guztiak ere, berdiñak dítuzte.

Orregatik, M'N'P'-oñazpia, bere MNP berdiñaren gañean ipiñi ezker, bien ertzaldeak era-berean jarriak eta berdiñak dira (235).

Orregatik, bi zabaldun berdin diran ezker,

ABC/A'B'C' bizkirudi-zearra eta MNP/M'N'P' bizkirudi-tentea, biak neurri bereko edo berdiñak dituzu, eta zati berdin bana dute (MNP = A'B'C').

Modu ontan bertan adieraziko genizuke,
 $ACD/A'C'D'$ bizkirudi-zearra eta $MPQ/M'P'Q'$ bizkirudi-tentea,
 biak berdiñak edo neurri bereko dirala.

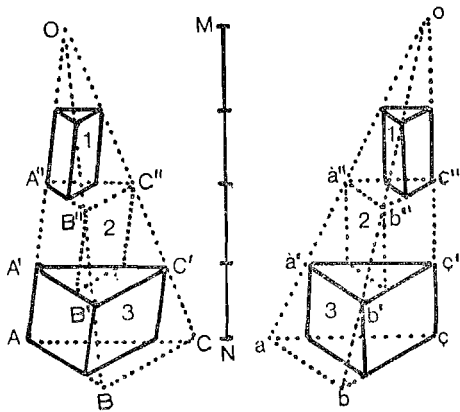
Orregatik, tenteak alkar-berdiñak diran ezker,
 zearrak ere balio bereko dituzu.

Edo berdin dana,

$ABC/A'B'C'$ bizkirudi-zearra, BD - parebidun-zearraren erdia dezu;
 biek goibe bera dutelako; eta arek, onek bi-alako oñazpia.

ONDOREA.—Goibe bera eta balio-bereko oñazpi dituzten iruki-bizkirudiak, balio-bereko dituzu.

327. AZALKIZUNA.— Goibe bera eta balio-bereko oñazpi dituzten iruki-bizkirudiak, balio-bereko dituzu.



Bitez $OABC$ eta $oabc$ (157 garren irudia)
 goibe bera eta balio-bereko oñazpi dituzten lauzabalak.

Ipiñi-itzazu bien oñazpiak zabalgunere berean;
 eta bien goibea MN , zati berdiñetan ebaki ondoren,
 egizkizu, epai-puntu oyetatik, oñazpien zabalgunere-bizkiak.

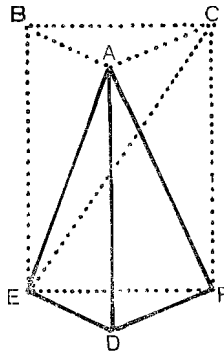
Epai-zati oyek ($A'B'C'/a'b'c'$ eta $A' B' C' / a'' b' c'$)
 balio bereko dituzu (309);

eta, oyek goi-oñazpitzat arturik, zenbait bizkirudi egingo bagenitu, alkar balio-bereko izango lirake (bata bestearekin); eta batzuek alde batera eta besteak bestera bilduko bagenitu, bi sail berdin eta balio-bereko egingo genituzke.

Ortaz sail batekoak eta besteakoak, gero ta txikiagotu ezkerro, bizkirudi-saillak eta lauzabal-saillak berdintzen joango lirake; nai arteraño, azkenik gabe.

328. AZALKIZUNA.— Lauzabala (goibe bera eta oñazpi berdiña ditun) iruki-bizkirudiaren irurena dezu.

Bedi ADEF lauzabala (158 garren irudia).



DEF oñazpitzat eta AD ertzaldetzat arturik, egizu ABCDEF-bizkirudia (313).

Bizkirudi onek, lauzabalaren goibe bera dizu (280).

Lauzabala alde-bateratzen badezu, ABCFE-txuntxurra gelditzen zai-zu; eta A/E/C puntuetatik zabalgunek bat egin ezkerro (75, 3).

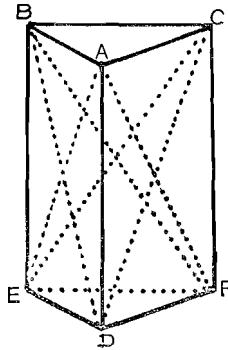
ABCE eta ACEF lauzabalek, goibe bera eta oñazpi berdiñak dituzte ($BCE = CEF$); orregotik balio-bereko dituzu (327).

Bañan, E jarriko bazendu kantoitzat, ABCE EABC-bera izango litzake; eta onek, emandako ADEF-ren goibe eta oñazpiak dizkizu.

Orregatik ABCD ori, eta onen berdiña ACEF, biak ADEF-ren balio bereko dituzu;

eta ADEF au, ABCDEF-bizkirudiaren irurena (irutik bat) dezu; oñazpi eta goibe berdiñak dituztelarik.

329. AZALKIZUNA.— Iruki-bizkirudi motzak (moztuak), iru lauzabal balio ditu; eta oyetako lauzabal bakoitzak, bizkirudiaren oñazpi bera douka oñazpi, eta epai-zabalgunearen kantoi bana kantoi.



(159 gn. irudia)

Bedi ABCDEF bizkirudi-motza. (159 garren irudia).

A/E/F puntuetatik zabalgune bat, eta A/E/C puntuetatik beste bat eginda, iru lauzabal agiri dira (ADEF/ABCE/ACEF).

ABCE-lauzabala DEBF-ren neurriko dezu, oñazpi berdiña dutelako, eta goibe bera (280, oarra); BCE/EBF irukiek izan ere, oñazpi bera dute (BE) eta goibe berdiña (75, 2).

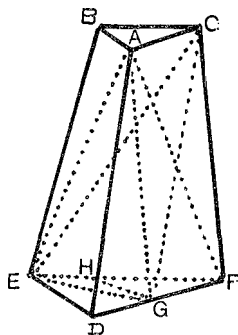
Bańan une ontan, eta gure erreztasunerako, DEBF-lauzabalari BDEF deituko diogu.

Ortaz, bizkirudiak iru lauzabal ditu (ADEF/ABCE/ACEF); eta azkeneko biak, BDEF/CDEF lauzabalen berdiñak dira.

Orregatik, esan ere, esan genezake, bizkirudiak ADEF/BDEF/CDEF lauzabalak dituala; eta oyek, jakińa, bizkirudiaren DEF dute oñazpi, eta epai-zabalgunearen A/B/C iru kantoi.

330. AZALKIZUNA— Oñazpi bizkiak ditun lauzabal-motzak, iru

lauzabal fociio: irurek lauzafoal-motzaren goibe bera dute; batek bizkirik aundiena du oñszpi, bigarrenak txikiena, eta irugarrenak bi oñazpien arteko neurpena.



fl'60 gn. irudia)

Bedi ABCDEF lauzabal-motza (160 garren irudia).

Egizu zabalgun bat A/E/F puntuak-zear;

egizu bestea A/E/C puntuak-zear;

eta iru lauzabal agertzen zaizkízu ADEF/ABCE/AZEF.

ADEF-lauzabalak, bizkietan aundiena du oñazpi (DEF);

ABCE (edo EABC) lauzabalak, bizkietan txikiena (ABC);

eta biek goibe bera daukate, oñazpi bizkiak dituztelako.

Egizu orain AG-lerroa, CF-ren bizkia;

eta G/E G/C puntuak lotuaz,

GECF-lauzabaia eratzen dezu.

Lauzabal onek eta ACEF-lauzabalak, oñazpi bera daukate (CEF),

eta goibe berdiña. Goibe berdiña, AG-lerroaren A/G puntuak,

CEF-zabalgunearen biderdian daudelako,

Orregatik, GECF eta ACEF lauzabal berdiñak dira;

bañan GECF (edo CEGF) lauzabalak, lauzabal-motzaren goibe dizu,

eta EGF-zabalgunea oñazpi.

Ikusi dezagun orain, EGF-zabalgunea,

ABC/DEF zabalgunen arteko neurpena dala.

Egizu GH-lerroa, DE-ren bizkia;

eta AB/ren bizkia izango da (246, 3).

FGH-zabalgunea ABC-ren neurriko dezu;
GF/AC mugalde berdiñak bait-dira (75, 1).

eta G/F zokoak eta A/C zokoak alkar-berdiñak (250).

FGH/FGE irukiek (G kantoitzat arturik) goibe berdiña daukate;
eta orregatik, irukiek eta beren oñazpiek alkar-neurtzen dute (219).

Onek esan nai du,

FGH:FGE::FH:FE dala.

(FGH FGE-ren aldean, FH FE-ren aldean ainbat dala) (I).

Alaberean,

FGE/FDE irukiek (E kantoitzat arturik) goibe bera dcutukate;

eta orregatik, iruki oyek eta beren oñazpiek alkar-neurtzen dute.

Onek esan nai du,

FGE : FDE :: FG : FD dala.

(FGE FDE-ren aldean, FG FD-ren aldean ainbat dala). (II).

Bañan FGH/FED irukietan berdintza au dator (156),

FE : FE :: FG : FD.

(FH FE-ren aldean, FG FD-ren aldean ainbat dala).

Beraz, goiko bi berdintzek, azken-zatiak berdiñak dituzten ezkerro,
aurren-zatiak ere berdiñak bear dituzte izan.

Orregatik,

FGH : FGE :: FGE : FDE.

(FGH FGE-ren aldean, FGE FDE-ren aldean ainbat dezu).

Bañan esan bait-degu FGH = ABC dala (FGH ABC-ainbat dala),

azken-berdintza au datorkigu,

ABC : FGE :: FGE : FDE.

(ABC FGE-ren aldean, FGE FDE-ren aldean ainbat dala).

XXXVII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Ez da emen ere itz berezirik agertzen.

BIZKIRUDI-PAREBIDUNEK NOIZ BALIO BERA DUTEN ETA NOIZ ALKAR-NEURTZEN DUTEN

331. Aurreko ikaskaian zerbaizuk esan ditugu, zabalduen bali berari buruz;

eta oyek dirala bide, datorren XXXIX garren ikaskaian, zabalduen lodiera nola artu diteken adieraziko degu.

Eta zabalduen lodiera artzeko asi ere, bizkirudi-parebidunetatik asiko gera.

Bańan bizkirudi-parebidun mota asko bait-dira, aurrenetikan jakin dezagun,

Edozei bizkirudi-parebidun, parebidun-tente biurtu ditekela; goibe bera eta ońazpi berdińa emanik, alegia.

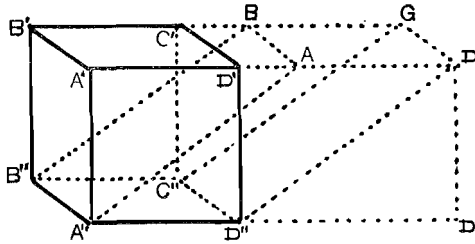
Eta orregatik, bizkirudi-parebidun guztien lodierak, era berean neurtu ditezke.

AZALKIZUNA.— Edozein bizkirudi-parebidun, parebidun-tente biurtu genezake;

goibe bera eta ońazpi berdińa emanik.

Bedi ABCD/A"B"C"D" bizkirudi-parebiduna (161 garren irudia); eta egin dezagun kontu, parebidun guztiak ez-tanteak ditula.

A"D" eta B"C" ertz-muturretatik (DA/A"D" eta CBB'C" zabaldetcm)



egizkizu $A'A''/B'B''/C'C''/D'D''$ mugalde-tenteak;
 eta, CB/DA ertzaldeak (A'/B' ikutzerano) luzatuaz,
 zabaldu berri bat agertzen zaizu,

Zabaldu onen zati dezu $A''C''$ bizkirudi-parebiduna;
 eta bizkirudi-parebiduna dala diogu,
 bere zabalde bakoitzeko ertzalde guztiak,
 binaka alkar-bizkiak diralako.

Zabaldu berrian, $AA'A''/BB'B''$ eta $DD'D''/VCC'C''$ iruki-bizkirudi
 berdiñak dituzu. Izan ere:

1) Oñazpi berdiñak dituzte ($BB'B''$ eta $CC'C''$) (66, 3).

Oñazpi berdiñak noski,
 $B'B''$ $C'C''$ -ren neurriko, eta BB'' C'' -ren neurriko diralako,
 parebidunaren aurrez-aurreko mugalde bait-dira.
 Eta $B'B''B$ -zokoa $C'C'C$ -zokoaren neurriko dalako,
 era-bereko mugalde-bizkien arteko zokoak bait-dira.

2) Bi zabalde berdiñak dituzte ($B'A$ eta $C'D$).

Zabalde berdiñak noski,
 $B'D'$ -oñazpia BD -oñazpiaren neurriko dalako,
 biak $B'D''$ -ren neurriko eta Ca -laukiaren neurriko bait-dira.

3) Bi bizabal berdiñak dituzte ($B'B$ eta $C'C$), biak gauza bera dira-
 lako.

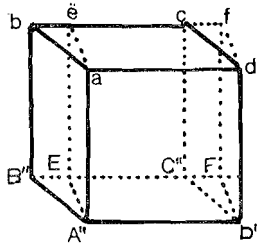
Orregatik $AA'A''/BB'B''$ eta $DD'D''/CCC''$ bizkirudi berdiñak díra
 (314).

Ortaz, zabaldu berriari $AA'A''/BB'B''$ bizkirudia kentzen bazaio,

A"C bizkirudi-parebiduna gelditzen da;
 eta DD'D'YCC'C" bizkirudia kentzen ba zaio,
 A"C bizkirudi-parebiduna gelditzen da.

Beraz, bizkirudi-parebidun auek balio bereko dituzu.
 Izan ere, oñazpi bera dute ("B"C"D") goibe bera (280)
 eta bi zabalde berdin (A"D" eta B'C").

Alatsu egingo genduke baita, A"C-ren neurriko bizkirudi-parebi-
 duna ere; eta nai-ta-naiez, emandako A"C-ren neurriko izango li-
 tzake;



(162 gn. irudia)

oñazpi bera, goibe berdiña, eta bi zabalde berdin (B'A" eta C'D"),
 biak zoko-tentedun dituztelako.

Bukatzeko egin dezagun kontu,
 azken egindako bizkirudi-parebiduna A"c dala (162 garren irudia);
 eta oñazpi (A"C" eta ac) zear-parebidunak ditula.

Egizkizu (A"D" eta ad ertz-muturretan)
 A"E-lerroa (ac-ren tentea) eta D"F-lerroa (df-ren tentea);
 egizkizu baita Ee eta Ff lerro-zuzenak ere.

A"B"E/abc eta D"C"F/DCF iruki-bizkirudi teñteak eta alkar-berdi-
 ñak dituzu (315). Izan ere:

- 1) Oñazpi berdiñak dituzte (A"B"E eta D"C"F) (66, 3).

Oñazpi berdiñak noski,
 A"B" D"C"-ren neurriko eta A"E D"F-ren neurriko diralako;
 parebidunaren crurrez-aurreko mugalde bait-dira.
 Eta bac-zokoa edf-ren neurriko degulako,
 era-bereko mugalde bizkien zokoak baít-dira.

2) Goibe bera daukate (280).

A" a D" d-ren neurriko dalako,

parebidunaren aurrez-aurreko mugalde bait-dira (315).

Ortaz, ezkerreko iruki-parebiduna kendu, eta eskubikoa erantsitzen bazaio,

A" EFD"/aefd bizkirudi-parebiduna gelditzen da,

A" c-ren (eta aurreko guzien) neurrikoa.

Izan ere:

1) Oñazpi berdiñak dituzte (A" C" eta A" F), eta goibe bera.

Oñazpi berdiñak noski,

biak parebidunak diralako, eta biek A" D" bait-dute oñazpi;

eta goibe bera, parebidunarena dutelako.

2) Eta zabalde guztiak, berdiñak dituzte;

parebidun-tenteak diralako.

332. Bizkirudi-parebidun albo-tenteek eta beren goibeek, alkar-neurtzen dute.

Bitez bi bizkirudi-parebidun, albo-tente;

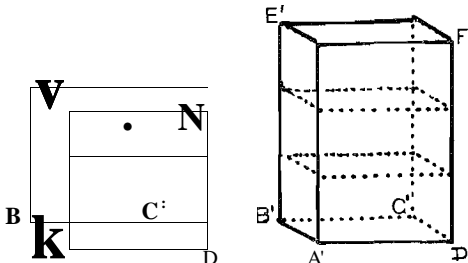
biak oñazpi berdiñeko (ED/E'D') (163 garren irudia).

Eta bedi beste bat (nD), oñazpi berekoa, neurritzat artzen deguna.

Noski nD bizkirudi-parebiduna bi-iru edo geiago aldiz sartzen bada E'D'-ren barruan, ED-ren barruan baño; esan genezake, E'D' bi-iru edo geiago aldiz aundiagoa dala, ED baño.

Alaberean,

Bizkirudi-parebidun albo-tenteek eta beren oñazpiek, alkar-neurtzen dute.



(163 gn. irudia)

Izan ere,
bitez bi bizkirudi-parebidun albo-tente;
biak goibe berdiñeko (ED/E'D') (163 garren irudia).

Eta bedi beste bat (nD), goibe berekoa, neurritzat artua.

Noski nD bizkirudi-parebiduna bi-iru edo geiago aldiz... (goian bezela esan).

Azkenik gogoan euki bear degu, bizkirudi-parebidun albo-tenteak, iru neurri dauzkala (bere iru ertzalde alkar-lotuak).

Orrela ED (163 garren irudia) bízkirudi-parebidun albo-tenteak, iru neurri ditu (BA/BC/BE ertzaldeak).

Ertzalde auek, ordea, iruzabal bat eratzen dute;
eta oñazpizat edozein zabalde ar-genezake (318).

Eta zabalde bat oñazpi jartzen badegu,
bestea goibe gelditzen zaigu.

Orregatik,

Bi bizkirudi-parebidun albo-tenteek, bi neurri berdiñak baldin badituzte, oyek eta irugarrenak alkar-neurtzen dute;

Eta neurri berdiña bakarria baldin badute, onek eta beste biek (alkar-aldiztuek) alkar-neurtzen dute.

Oyek argiro banaka adierazi ditzagun.

333. LENENGO AZALKIZUNA.— Oñazpi berdiñak (bi neurri berdiñak) dituzten, bi bizkirudi-parebidun albo-tenteek, eta beren goibeek (beren irugarren neurriek), alkar-neurtzen dute.

Bítez ED/E'D' bizkirudi-parebidunak (163 garren irudia).

Bítez BE/B'E' beren goibe alkar-neurgarriak.

Oyen neurri bera, Bn baldin bada,

eta BE-ren barruan bi bider, eta B'E'-ren barruan iru bider sartzen bada, bendintza au dator BE : B'E' :: 2 : 3 (I).

Onela irakurri:

BE B'E'-ren aldean, bi iru-ren aldean ainbat dala.

Oraín epai-puntuetatík, oñazpíen zabalgunegune-bizkiak eginda,

ED bizkirudi-parebiduna bi puska egiñik gelditzen da,

eta E'D' berriz, iru puska egiñik.

Puska bakoitza, bizkirudi-parebidun albo-tentea deztw oñazpi-goibe berdiñak dituna.

Orregatik alkar-berdiñak dituzu (315);

eta berdintza au ematen dute $ED : E'D' :: 2 : 3$ (II).

Onela irakurri:

ED E'D'-ren aldean, bi iru-ren aldean ainbat dala.

Bi berdintza auetatik (I eta II), beste au datorkigu:

$ED : E'D' :: BE : B'E'$.

Onela irakurri:

ED E'D'-ren aldean, BE B'E'-ren aldean ainbat dala.

Azalkizun ontan adierazi nai genduana.

OARRA.—Alkar neur-eziñeko goibeak balira,

goiko azalkizuna, 115 garren zenbakiaren bigarren txatalean bezela, adieraziko genduke.

BIGARREN AZALKIZUNA.— Goibe berdiña (neurri bakarra berdiña) daukaten, bi bizkirudi-parebidun albo-tenteeek, eta beren oñazpi alkar-aldiztuek (beren beste bi neurri alkar-aldiztuek), alkar-neurtzen dute.

Bitez P bizkirudi-parebiduna, a/b/c neurriak dituna,

P'bizkirudi-parebiduna, a'/b'/c' neurriak dituna,

eta P'' bizkirudi-parebiduna, a/b/c neurriak dituna.

Irugarren onek, lenengoaren a/b neurñ berak ditu,

eta bigarrenaren a/c' neurri berak.

Ortaz aurreneko biak, irugarrenaren aldean jartzen baditugu,

berdintza auek datoz: $\frac{P}{P''} = \frac{c}{c'}$ eta $\frac{P''}{P'} = \frac{b}{b'}$

Onela irakurri:

P P''-ren aldean, c c'-ren aldean ainbat dala;

eta P'' P'-ren aldean, b b'-ren aldean ainbat dala.

Auetatik berriz, beste au: $\frac{P \times P''}{P' \times P''} = \frac{b \times c}{b' \times c'}$

Onela irakurri:

P P''-aldiztua, P' P''-aldiztuaren aldean,

b c-aldiztua, b' c'-aldiztuaren aldean ainbat dala.

Edo berdin dana: $\frac{\quad}{P} = \frac{\quad}{b' x c'}$

Onela irakurri:

P P'-ren aldean, b c-aldiztua b' c'-aldiztuaren aldean ainbat dala.

Orixe adierazi nai genduan.

334. AZALKIZUNA.— Edozein bi bizkirudi-parebidun albo-tenteek, eta beren iru neurri alkar-aldiztuek, alkar-neurtzen dute.

Bitez P bizkirudi-parebidun bat, a/b/c neurriak dituna;

P' bizkirudi-parebidun bestea, a'/b'/c' neurriak dituna;

eta P'' bizkirudi-parebidun irugarrena, a'/b'/c' neurriak dituna.

Irugarren onek, lenengoaren c neurri bera du,

eta bigarrenaren a'/b' neurri berak.

Ortaz aurreneko biak, irugarrenaren aldean jartzen baditugu,

berdintza auek datoz: $\frac{P}{P''} = \frac{a x b}{a' x b'}$ eta $\frac{P''}{P'} = \frac{C}{C'}$

Onela irakurri:

P P''-ren aldean, a b-aldiztua a' b'-aldiztuaren aldean ainbat dala;

eta P'' P'-ren aldean, c c'-ren aldean aldean ainbat dala.

Auetatik berriz, beste au: $\frac{P x P''}{P'' x P'} = \frac{a x b x c}{a' x b' x c'}$

Onela irakurri:

P P''-aldiztua P'' P'-aldiztuaren aldean,

a eta b eta c alkar-aldiztuak, a' eta b' eta c' alkar-aldiztuen aldean ainbat dirala.

Edo berdin dctna, $\frac{P}{P'} = \frac{a x b x c}{a' x b' x c'}$

Onela irakurri:

P P'-ren aldean,

a eta b eta c alkar-aldiztuak, a' eta b' eta c' alkar-aldiztuen aldean ainbat dirala. (A).

335. OARRA.— Goiko (A) berdintasunean, P'-ren ordez **bat** (batasuna) jartzen badegu; (P' seizabal **bat** dala, eta P iruki-parebidunaren **batasun** neurria dalakoan); orduan a'/b'/c' iru mugaldeak, berdiñak dira, bakoitza **batasun**, mugalde neurria.

Eta goiko berdintasuna onela gelditzen da:
$$\frac{P}{1} = \frac{a \times b \times c}{1 \times 1 \times 1}$$

Onela irakurri:

P bat-en aldean (batez zatitua),

a eta b eta c alkar-aldiztuak, bat-en aldean ainbat dezu.

Edo berdin dana:

(P lodiz, a eta b eta c alkar-aldiztuak ainbat dezu).

Edo beste moduz esanda:

Bizkirudi-parebidun albo-tentearen lodiera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu beraren iru neurriak.

XXXVIII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Albo-zabalera=Area lateral.
Zabalera osoa=Area total.
Albo-ertzalde=Arista lateral.
Albo-zabalde=Cara lateral, Superficie lateral

ZABALDUNEN ZABALERA

336. Jeometri-korputzaren zabalera neurtzeko, naikoa da, bere zabalde bakoitzaren neurriak artu, eta guztiak bat-egitea. Bañan ori, zenbait oñazpidun zabaldunetan, errezago eta azkarrago egin diteke noski, beste modu batez. Dana dala, albo-zabalde guztien zabalera arturik baldin badaukazu, eta korputz osoarena billatzen badezu, aski dezu albo-zabaldeen zabalerari, oñazpiarena edo oñazpiena gaintzea.

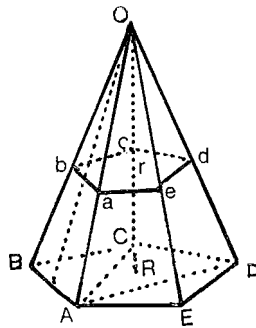
337. AZALKIZUNA.— Neur-bateko txuntxurraren albo-zabalera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu bere berun-lerroa eta bere oñazpiaren ingurumena, eta orren erdia atera ezazu.

Bedi OABCDE txuntxurra (164 garren irudia).

Bere bost írukiak (AOB/BOC/COD/DOE/EOA) berdiñak dira (305); eta bakoitzaren zabalera (adibidez AOB-rena) $1/2$ (AB x OS) dezu (AS OS-aldiztuaren erdia).

Orain mugaldeari m deitu ezker, eta berun-lerroari b; goiko berdintza onela gelditzen da $1/2$ (m x b) (mugaldea eta beruna alkar-aldíztuen erdía).

Orregatik bost irukien zabalera, au dezu: $1/2$ (m x b) x 5 = $1/2$ (m x 5 x b).



(164 gn. irudia)

Onela irakurri: Mugaldea eta beruna alkar-aldiztuen erdia bost aldiz; edo berdin dana: mugaldea eta beruna bost aldiztuen erdia. Bañan mugaldea bost aldiz artua, ingurumena bait-da; bost irukien zabalera, (txuntxurraren albo-zabalera) $1/2$ ($i \times b$) dezu (ingurumena eta beruna alkar-aldiztuen erdia).

ADIBIDEZ.— Zer albo-zabalera eta zer zabalera osoa du, neur-bateko lauki-txuntxurrak, bere lauki-oñazpiaren mugaldeak 0,80 mts (laroegi metro-eunen) baldin baditu, eta bere berunak 2 mts (bi metro)?

Oñazpiaren ingurumenak,
 $0,80 \times 4 = 3,20$ mts ditu (iru metro, ogei metro-eunen).

Txuntxurraren albo-zabalerak (aZ),
 $1/2 (3,20 \times 2) 3,20$ mts² (iru metro, ogei metro-eunen bikonde).

Oñazpi-laukiaren zabalera (211),
 $0,80 \times 0,80 = 0,64$ mts² ditu (irurogei ta lau metro-eunen bikonde).

Eta zabalera osoak, (Zo)
 $3,20$ mts² + $0,64$ mts² = $3,84$ mts² ditu (iru metro, laroegi ta lau metro-eunen bikonde).

338. AZALKIZUNA.— Oñazpi bizkiak ditun, neur-bateko txuntxur-motzaren albo-zabalera ateratzeko, oñazpi-ingurumen biak bat eginda, orren erdia eta edozein albo-lauki bizkiduna alkar-aldiztu itzazu.

Bedí ABCDE/abcde txuntxur-motza (164 garren irudía).

Bere bost albo-lauki bizkidunak (ABba/AEea/EDde/DCcd/CBbc) denak berdiñak dira, zalantzarik gabe.

Baten zabalera (adibidez ABba-rena) au dezu: $1/2 (AB \times ab) \times Ss$. (Oñazpi-mugalde biak bat-eginda, oyen erdia eta goibea alkar-aldiztu).

Bostena beraz, au izango: $1/2 (AB + ab) \times Ss \times 5$.

(Oñazpi-mugalde biak bat-eginda, oyen erdia, goibea eta bost, alkar-aldiztu).

Edo berdin dana: $1/2 (5AB + 5ab) \times Ss$.

(Oñazpi bakoítza bost aldiz artu, batzuek eta besteak bateratu, erdia atera, eta erdi ori eta goibea alkar-aldiztu).

Bañan 5AB, beko oñazpiaren ingurumena bait-da, eta 5ab, goiko oñazpiarena,-

(Ss-goibearí g deituaz) txuntxur-motzaren albo-zabalera au dator: $aZ=1/2(i + i') \times g$.

(Albo-zabalera neurtzeko, oñazpi-ingurumen biak bat-eginda, oyen erdia eta goibea alkar-aldiztu).

ADIBIDEZ.— Zer albo-zabalera eta zer zabalera osoa dauka, oñazpi bizkiak ditun neur-bateko seiki-txuntxur motzak; goiko oñazpi-mugaldeak metro bat baldin badu, bekoak iru, eta goibeak amar?

Goíko oñazpi-ingurumenak 6 metro ditu (1×6);

beko oñazpi-ingurumenak 18 metro (3×6);

albo-zabalerak 120 mts² (eun ta ogei metro bikonde) ($1/2 \ 6 + 18$) $\times 10 = 12 \times 10 = 120$.

Orain, goiko oñazpiaren zabalera jakiteko, bere beruna arkitu bear degu,

187 eta 190 zenbakietan esan genduomez:

$$V \ 12 \text{ — } 1/4 \times 12 \ = \ V \ 1 \text{ — } 1/4 \ = \ 1 \ / \ 3 \ / \ 4 \ = \ 1/ \ 0,75$$

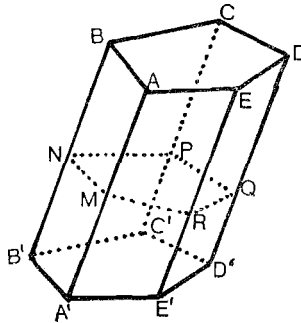
= 0,87 mts. Larogei ta zazpi metro-eunen.

Beruna 0,87 dala jakiñik, ba-dakigu goi-oñazpiaren zabalera 216):
 $1/2 (1 \times 6) \times 0,87 = 3 \times 0,87 = 2,61 \text{ mts}^2$
 (bi metro, irurogei ta bcr metro-eunen bikonde).

Ortaz zabalera osoa (bi oñazpiena eta albo-zabaldeena) au dezu:
 $Zo = 120 \text{ mts}^2 + 2,61 \text{ mts}^2 + 2,49 \text{ mts}^2 = 146,10 \text{ mts}^2$.
 (Eun ta berrogei ta sei metro amar metro-eunen bikonde).

339. AZALKIZUNA.— Edozein bizkirudi baten albo-zabaldeen zabalera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu aren albo-ertzalde bat eta onen epai-zabalgune tentearen ingurumena.

Ertzalde baten epai-zabalgune tentea, ertzalde guztien tentea dezu (246, 2); orregatik, epai-zabalgunea eratzen duten lerro-zuzenak, ertzalde ayen tenteak dítuzu; eta albo-parebidunetan ayen ertzalde bat oñazpitzat artzen badegu, goibea auxe izango litzake: epai-zabalgunea eratzen duten lerro-zuzen oyetako bat.



(1.65 gn. irudicr)

Orrelff bera, 165 garren irudiko bizkirudi oker artan, albo-parebidun bakoitzaren zabalera au da: $AA' \times MN$, $BB' \times NP$, eta abar.

Bañan zabalera oyek batera biltzean (ertzaldeak berdíñak díran ezkerro, oyen goibeari a deituaz) berdintasun au agiri zaigu:

$$A. 1. = a (MN + NP + PQ + QR + RM)$$

edo berdin dana (oyei guztiei ingurumen deituaz):

A. L. = g x i. Onela irakurri:

Albo-zabalera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu goibea eta oñazpi-ingurumena.

340. ONDOREA.— Bizkirudi-tentearen albo-zabalera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu aren albo-ertzolde bctt eta oñazpiaren ingurumena.

Oñazpiak eta ertzaldeak alkar-tente bait-dira.

Onela, neur-bateko seiki-bizkirudi batean,

oñazpiaren mugalde batek metro bat baldin badu,

eta albo-ertzaldeak bi metro baldin baditu,

albo-zabalera auxe da: $2 \times 6 = 12 \text{ mts}^2$ (amabi metro bikonde).

Eta (338 garren zenbakian adierazi degunez) oñazpi bakoitzaren zabalera 2, 61 metro bikonde baldin baditu, oñazpi biak bat-eginda, $5,22 \text{ mts}^2$ dituzu (bost metro eta ogei ta bi metro-eunen bikonde); eta zabalera osoa berriz, $12 \text{ mts}^2 + 5,22 \text{ mts}^2 = 17,22 \text{ mts}^2$ (amazazpi metro ta ogei ta bi metro-eunen bikonde).

341. AZALKIZUNA. Bi zabalde berdintsuen zabalera osoek, eta era-bereko ertzalde bikondetuek, alkar-neurtzen dute.

Bitez C/C'/C"... zabalduen baten zabaldeak;

eta A/A'/A"... bere ertzaldeak (A-ertzaldea C-rena, A' C'-rena...).

Bitez c/c''/c"... beste zabalduenaren zabaldeak;

eta a/a'/a"... bere ertzaldeak (a-ertzaldea c-zabaldearena, a' c'-rena...).

Bitez ere C/c C'/c' C''/c"... era bereko zabaldeak.

C/c alkar-berdintsuak (alkar-antz-kideak) eta A/a beren era-bereko ertzaldeak diran ezkerok; C'/c' ere alkar-berdintsuak dituzu, eta A'/a' oyen era-bereko ertzaldeak.

Ortaz berdintza aukeratzeko,

$$\begin{array}{cccccc} C & A^2 & C' & A'^2 & C'' & A''^2 \\ c & c^2 & c & c^2 & c & c^2 \end{array}$$

eta(320) $\frac{A}{a} = \frac{A'}{a} = \frac{A''}{a}$ izanik, $\frac{A^2}{a^2} = \frac{A'^2}{a^2} = \frac{A''^2}{a^2}$ dator.

Azkenik aurreko berdintzetatik, sail au atera díteke:

$$\begin{array}{cccccc} C & C' & C'' & A & A' & A'' \\ c & c' & c'' & a & a' & a'' \end{array}$$

eta sail ortatik beste au: $\frac{C + C' + C''}{C + c' + c''} \bullet = \frac{A^2}{a^2}$

Ortaz,

gain-ataleko $C + C' + C'' + \dots$ zabaldun baten zabaldeak baldin bada,

eta be-ataleko $c + c' + c'' + \dots$ bestearenak,

atal bakoitzean, zabaldun bakoitzaren zabalera jarri degu.

Eta oiri P/p deituaz, azken-berdintza ou dator: $\bullet \frac{AP}{Ap} = \frac{A^2}{a^2}$

Onela irakurri:

Bí zabaldunen zabalera osoek, eta beren ertzaldeek, alkar-neurtzen dutela.

XXXIX GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Ez *áa* eraen itz berezirik agertzen.

ZABALDUNEN LODIERA

342. AZALKIZUNA.—Bizkirudi-parebidun tentearen lodiera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu bere oñazpi-goibeak (bere iru neurriak).

335 garren zenbakian adierazi genduanez,
bi neurri alkar-aldiztuek oñazpi-zabalera bera ematen dute;
irugarren neurria berriz, goibea dezu.
Orregatik goibe-oñazpiak alkar-aldiztuaz,
bizkirudi-parebidunaren lodiera ateratzen zaizu.

343. ONDOREA.—Seikiaren lodiera neurtzeko, irukondetu ezazu (irugarren einera jaso ezazu) bere ertzaldea.

Ertzalde berdiñak ditu, bizkirudi-parebidun tentea bait-da (316).

344. AZALKIZUNA.—Edozein bizkirudi-parebidunaren lodiera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu bere oñazpi-goibeak.

Oñazpi-goibe berdiñeko, parebidun-tente biurtu bait-diteke (331).

345. AZALKIZUNA.—Edozein bizkirudiaren lodiera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu bere oñazpi-goibeak.

Iruki-bizkirudia baldin bada,
goibe bera eta bi-alako oñazpi ditun bizkirudi-parebidunaren erdia dezu (386); eta aren lodiera, onen lodieraren erdia;
edo berdin dana,
bizkirudi-parebidunaren oñazpi-erdia eta goibea alkar-aldiztuak,

ots, bizkirudiaren oñazpia eta goibea alkar-aldiztuak dituzu.

Beste edozein bizkirudi balitz,
era-bereko bi kantoietatik, egizkizu koner-lerroak oñazpietan,
eta egizkizu zabalgunek (koner-lerroak eta ertzaldeak ikutuaz)
eta iruki-bizkirudiak ager-zaizkizu.

Oyen bakoitzaren lodiera neurtzeko,
alkar-aldiztu itzazu bakoitzaren oñazpia eta guzien goibe bakarra.
Orregatik guzien lodiera neurtzeko, edo bizkirudi osoaren lodiera
neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu oñazpi guztiak eta goibea,
au da, bizkirudiaren oñazpi osoa eta goibea.

346. AZALKIZUNA.— Lauzabalaren (edo beste txuntxurraren) lodiera neurtzeko, aren oñazpia eta goibea alkar-aldiztu ondoren, atera ezazu oyen irurena (irutik bat).

Lauzabala baldin bada, goibe-oñazpi bereko bizkirudiaren irurena dezu (328); eta aren lodiera ere, bizkirudi-lodieraren irurena (345).

Beste edozein txuntxur baldin bada, egizkizu koner-lerroak kantoibatetik beste oñazpi-kantoietara; eta, koner-lerroak eta aldemenetako ertzaldeak ikutuaz, zenbait zabalgunek egin ezkerok, lauzabalak ateratzen zaizkizu.

Lauzabal bakoitzaren lodiera neurtzeko, onen goibe-oñazpiak alkar-aldiztu ondoren, artzazu oyen irurena; eta lauzabal guzien lodiera, au da, txuntxur osoaren lodiera neurtu nai badezu, txuntxur-oñazpi osoa eta goibea alkar-aldiztu ondoren, atera ezazu oyen irurena (oyen irutik bat).

347. AZALKIZUNA.—Iruki-bizkirudi motzaren lodiera neurtzeko, egizkizu iru lerro tente, oñazpi boten kantoietatik beste oñazpira; eta irurak bat-eginda, bilduma ori eta beste oñazpia alkar-aldiztu ondoren, atera ezazu onen irurena.

Azalkizun au errez ulertzeko, irakurri ezazu berrirori 329 garren zanakia, lauzabalaren lodiera nola ateratzen dan gogoraturik.

348. AZALKIZUNA.— Oñazpi-bizkidun lauzabal-motzaren (edo besfe txuntxur-motzaren) lodiera neuritzeko, artu itzazu iru neurri: 1) lauzabal-motzaren (edo beste txuntxur-motzaren) goibea; 2) bi oñazpien zabalera (biena bat-eginda); eta 3) bi oñazpien arteko alkar-neurpena. Alkar-aldiztu itzazu iru neurriak, eta oyen irurena (irutik bot dezu).

Ba-diteke: a) lauzabalaren lodiera billatzea; edo b) beste edozein txuntxurraren lodiera billatzea. Banaka aztertu ditzagun bi gerta-riak.

a) Lauzabal-motzaren lodiera artu bear badegu, ba-dakigu, lauzabal-motz batetik iru lauzabal txikiago osorik atera ditezkeela; eta irurek goibe bera izanik, lenengoak lauzabal-motzaren oñazpi bat dula oñazpi, bigarrenak beste oñazpia, eta irugarrenak bi oñazpien arteko alkar-neurpena (330).

Ortaz badakigu ere, lauzabal-motzaren lodiera neurtzeko, iru oñazpiak (bat-egitnik) eta goibea alkar-aldiztu ondoren, oyen irurena artu bear degula.

b) Beste edozein txuntxur-motzaren lodiera artzeko, egigun-kontu txuntxur osoa dala, eta goibe bera eta balio-bereko oñazpiak arturik, aren balio-bereko lauzabala egizu.

Orain moztu ezazu lauzabal ori, txuntxur-motzaren goibea gordez, eta bi oñazpi bizki egiñaz.

Lauzabal-motzaren burua eta txuntxur-motzaren burua, biak balio-bereko dituzu, goibe bera eta balio-bereko oñazpiak dituztelako (309); eta balio-bereko lauzabalari edo txuntxurrari, balio-bereko burua kendu ezkerok, balio-bereko lauzabalmotz edo txuntxur-motz dituzu.

Azkenik balio-bereko neurriak dituzten ezkerok, nai-ta-naiez, balio-bereko lodiera bear dute izan; iru oñazpiak eta goibea alkar-aldiztuta, oyen irurena, alegia.

349. OARRA.

Oñazpi bizkiak ditun txuntxur-motzaren lodiera (naiz iruki-txuntxur izan, naiz bestelako), era ontan arkitu diteke:

Aurrenik txuntxur osoarén eta txuntxur-buruaren goibeak' arturik, beroyen lodierak atera; eta gero (310, txuntxur-osoaren lodierari txuntxur-buruarena kendu.

ADIBIDEZ.— Zer lodiera du, 5 metro goibe dauzkan lauki-txuntxur motz batek, bere goi-mugaldeak 3 metro, eta bekoak 2 metro baldin baditu?

Goi-oñazpiak 4 mts² (lau metro bikonde) ditun ezkerro, eta bekoak 9 mts² (bederatxi metro bikonde); txuntxur-osoak 45 mts³ ditu (berrogei ta bost metro irukonde) ($1/3 \times 9 \text{ mts}^2 \times 15 \text{ mts}$); eta txuntxur-buruak 13,333 mts³ ditu (amairu metro ta 333 millen irukonde) ($1/3 \times 4 \text{ mts}^2 \times 10 \text{ mts}$).

Ortaz txuntxur-motzak 31,667 mts³ ditu (ogei ta amaika metro, 667 metro-millen irukonde) ($45 \text{ mts}^3 - 13,333 \text{ mts}^3$).

350. Bost neur-bcrtoko zabaldunen lodierak.

- 1) **Lauzabalak** lodira dizu, 346 gorren zenbakian esandakoa.
- 2) **Siezabalak** lodiera dizu, 343 garren zenbakian esandakoa.
- 3) **Zortizabalak** lodiera dizu, bi txuntxur oyek ainbatekoa: biek oñazpi bera dute (ertzaldea dun laukia), eta goibe bera (aurrez-aurreko kantoi- tartearen erdia).
- 4) **Amabizabalak** lodiera dizu, amabi txuntxur auek ainbatekoa: amabiek (boski-txuntxur izanik) oñazpi bera dute (zabaldunaren zabalde bat), eta goibe bera (aurrez- aurreko kantoi-tartearen erdia).
- 5) **Ogeizabalak** lodiera dizu, ogei txuntxur auek ainbatekoa: ogeiek (iruki-txuntxur izanik) oñazpi bera dute (zabaldunaren zabalde bat), eta goibe bera, (aurrez-aurreko zabalde-tartearen erdia).

351. Edozein zabaldunaren lodiera, onela garbi-asko arkitu dezakegu: zenbat txuntxur ateratzen diran ikusi, eta beroyen lodierak bateratuta.

352. AZALKIZUNA.— **Bi zabaldun berdintsuen lodierak eta beren era-bereko ertzalde irukondetuek, alkar-neurtzen dute.**

$$\frac{A}{\alpha} = \frac{A'}{\alpha'} = \frac{A''}{\alpha''}$$

$$\frac{T}{t} = \frac{A^3}{\alpha^3} ; \frac{T'}{t'} = \frac{A'^3}{\alpha'^3} ; \frac{T''}{t''} = \frac{A''^3}{\alpha''^3}$$

$$\frac{A^3}{\alpha^3} = \frac{A'^3}{\alpha'^3} = \frac{A''^3}{\alpha''^3}$$

$$\frac{T}{t} = \frac{T'}{t'} = \frac{T''}{t''} = \frac{A^3}{\alpha^3} = \frac{A'^3}{\alpha'^3} = \frac{A''^3}{\alpha''^3}$$

$$\frac{T}{t} = \frac{T' + t' + T'' + t''}{t + t' + t'' + t''} = \frac{A^3}{\alpha^3}$$

$$\frac{P}{p} = \frac{A^3}{\alpha^3}$$

eta emendik beste au:

$$\frac{T}{t} = \frac{T' + t' + T'' + t''}{t + t' + t'' + t''} = \frac{A^3}{a^3}$$

Baian $T + T' + T''$ zabaldunaren lauzabal guztiak baldin badira, eta $t + t' + t''$ beste zabaldunaren lauzabalak, goikoei P deituaz, eta bekoei p , azken berdintza au dator:

$$\frac{P}{p} = \frac{A^3}{a^3}$$

Edo berdin dana,

Zabaldun berdintsuen lodierak eta beren era-bereko ertzalde irukondetuek, alkar neurizen dutela.

ADIBIDEZ.— 349 garren zenbakian aipatzen diran txuntxur osoa eta txuntxur-burua alkarren antz-kide dira (322); eta ayetan beren lodierak eta era-bereko ertzalde irukondetuek alkar-neurtzen dute. Lodierak 45 mts³ eta 13,333 mts³ dituzu; ertzalde irukondetuak berriez, 27 eta 8 (3³ eta 2³). Beraz berdintza au dator 45 : 13,333 :: 27 : 8. Eta baita beste au ere, 45 x 8 = 13,333 x 27 = 360. Irureun ta irurogei.

XL GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Txano=Cono.

Txano-zabalgunea=Superficie cónioa.

Sortzalle=Generatriz. Línea que engendra el cono. Txano-sortzallea.

Gidari=Directriz. Línea que dirige a la generatriz. Txano-sortzallearen bide-irikitzollea. Bide-erakuslea.

Obo-txano=Cono circular. Makobilla gidarizat duana. Oboa oñazpizat duana.

Ardatza=Eje. Ikusi 35,3 garren zenbakia.

Obo-zabalgune=Superficie circular.

Obo-biotza=El centro del círculo.

Obo-txano tentea=Cono círculo recto.

Txano motza=Cono truncado. Tronco de cono. Burua kendutako txanoa.

Txano-burua=Cono deficiente. Txanoari moztutako goi-puska.

TXANO-ZABALGUNEA. TXANO A

353. Zer da **fxano-zabalgunea**?

Egizu-kontu azkenik gabeko lerro-zuzen batek, puntu birt ikutzen dularik; eta, puntu ori ikutzez beñere utzi gabe, mako-txapal bati segituz jiratzen dula. Orrela markatutako zabalgunea, txano- zabal- gune dezu.

Mugitzen dan lerro-zuzenari, **sortzalle** esan oi zaio;

ikutzez uzten ez duan puntuari, **kantoi**;

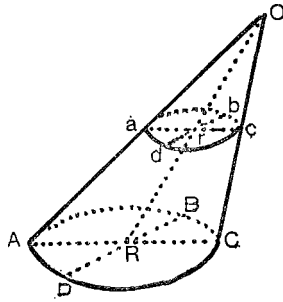
eta segitzen dun mako-txapalarí, **gídari**.

Onela egindako txano-zabalguneak bi alderdi ditu, biak bata bestearen parean, kontoitz-kantoi jarriak. Jakin ezazu ordea, liburu on- tan alderdi bakarreko txano-zabalguneak aipatzen ditugula.

Txano-zabalguneak, makobilla gidari duanean, **obo-txano zabal- gune** deritza.

Txano-zabalgunea beste zabalgunez zearka ebakiko bagendu, au da, bere "sortzalle" guztiak ebakiko bagenizkio, **txano** izeneko korputza izango genduke.

"Sortzalle" izeneko lerro oyek, txanoaren **mugalde** dituzu; eta eba-
kitzen ditun zabalgunea, **oñazpi**.



(166 gn. irudia)

166 garren OABCD irudia, txano-zabalgunearen puska bat dezu; eta ortarako, OA/OB/OC lerro-mugatuak dira (ez azkenik gabeak). Txano-zabalgunearen kantoia O-puntua dezu; bere mugaldeak OA/OB/OC eta abar lerroak; eta bere oñazpi ABCD-zabalgunea. **Obo-txanoa**, oñazpi oboa dun txanoa dezu.

Txano-zabalgunearen **ardatza**, kantoitik gidariaren biotzera dijoan lerroa dezu.

Obo-txanoaren **ardatza**, kantoitik oñazpiaren biotzera dijoan lerroa dezu.

Txanoaren **goibea**, kantoitik oñazpiaren zabalgunera dijoan lerro-tentea dezu.

354. AZALKIZUNA.— **Obo-txanoari (bere oñazpiaren zabalgunebizkia) egindako ebaketa, obo-zabalgune dezu; eta onen biotza, obo-txanoaren ardatzan dago.**

Bitez OABCD obo-txanoa, OA/OB/OC eta abar mugaldeak, eta OR ardatza;

bitez ABC obo-txanoaren oñazpia, eta abc zabalgunebizkia (166 garren irudia).

Egizkizu zenbait zabalgune, OR-ardatza eta OA/OB/OC eta abar mugaldeak-zear.

Goitik-berako zabalgune auek, eta ABC/abc zearka dijoazenak, alkar-ebakitzen dute,

eta zenbait epai-lerro (AR/ar BR/br CR/cr) agiri dira.

Epai lerro auek binaka alkar-bizki dituzu, ABC/abc zabalgune bizkiak diralako.

Ortaz AOR/aOr, BOR/bOr, COR/cOr iruki antz-kide dituzu, eta berdintza au jarri diteke:

Onela irakurri:

AR ar-aren aldean, OR or-aldean ainbat dezu orobat BR br-ren aldean, OR or-ren aldean ainbat dezu, eta orrela gañerakoak ere.

Goiko berdintzatik beste au atera genezake:

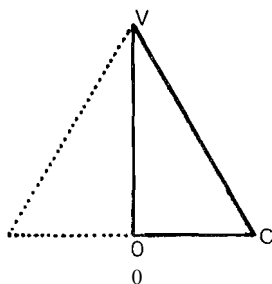
bañan AR/BR/CR eta abar alkar-berdiñak dituzu, obo beraren zillerdi bait-díra; orregatik ar/br/cr eta abar alkar-berdiñak dituzu, eta abcd obo osoa dezu, eta bere biotza OR-ardatzan arkitzen da.

355. Obo-txano zabalgunea edo obo-txanoa, **tente** dala esan oi da, bere ardatza oñazpiaren (gidariaren) tentea danean. Bestela **ez-tente** esan oi da.

ONDOREAK.— 1) **Obo-txcmo tenteak goibea eta ardatza bat-ditu.**

2) **Obo txano tentearen mugalde guztiak, berdiñak dira** (241, 1).

356. OAR BI.— 1) Obo-txano tentea zer dan errez ulertzeko, egízukontu VOC-iruki zoko-tentedunak VO-zutaren inguruka biratzen dula(166-B irudia)



(165 B gn. irudia)

Orrela biraka sortzen dan korputza, **obo-txano tentea** dezu.
Mugitzen dan lerro-zuta, oñazpiaren zillerdi dezu;
geldi dagona ardatza; eta zear-lerroa txanoaren mugalde.

2) Bi obo-txano tente, alkar antz-kide dituzu, iruki zoko-tente antz-kideek egiñak diranean; era bereko lerro-zutei biraka egiñak, alegia.

357. Txano motza edo txano **moztua**,
oñazpitik (mugalde guztiak ebakitzen ditun) zabalgunee bitarteko txano-zatia dezu.

Txano motzaren **oñazpiak**,
bata txano osoaren oñazpia dezu, eta bestea epai-zabalgunea.
Txano motzaren goibea,
(oñazpi bizkiak baldin baditu) bi oñazpien arteko bide-tartea dezu.

358. AZALKIZUNA.— Edozein txano. azken-gabe zabalde ditun txuntxurra dala esan diteke.

Egizu txano baten barruan, al dezun txuntxurrik aundiena, era ontan:

bi kantoiak batean egon ditezela, eta txuntxurraren oñazpia, txanoaren oñazpi-barruan. Ortaz txuntxurraren albo-ertzaldeak eta txanoarenak, bata bestearen gañera etorriko zaizkizu, alegia.

Eta orain, txano beraren barruan,
len bi-alako zabalde ditun txuntxur aundixegoa egiten badezu,
len bi-alako albo-ertzalde etorriko dira txano-mugaldetara;
eta beste onen bi-alako eginda, beste bi-alako ertzalde azalduko;
eta auxe, azken-gabe aldiz egin ezkerro,
azken-gabe ertzalde etorriko lirake txanoaren mugaldetara.

Ortaz, txuntxurraren albo-zabalde guztia, eta txanoarena bat-egiñik leudeke; baita bien oñazpiak ere.

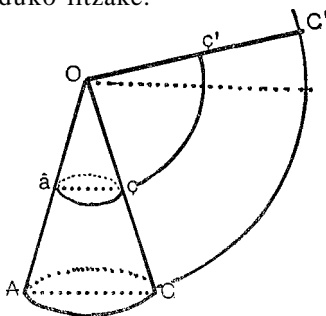
Orregatik edozein txano, azken-gabe zabalde ditun txuntxur dala esan diteke.

359. ONDOREA.

Obo-txano tentea ere,
azken-gabe zabalde ditun, neur-bateko txuntxurra dala esan gene-
zake.

Onen ertzaldeak eta berun-lerroak alkar-berdiñak,
eta txanoaren mugaldeen neurrikoak bait-lirake.
Oñazpia berriz, txanoaren oñazpi-oboaren neurrikoa.

360. Obo-txanoaren albo-zabalgunea (167 garren irudia),
oñazpitik azkatu, eta txapal-txapal jarriko bagendu,
OCC' obo-zatia azalduko litzake.



(167 gn. irudia)

Obo-zati onen zillerdia, txanoaren mugaldea dezu;
obo-zatiaren mako-luzera, oñazpi-makobillaren neurrikoa.

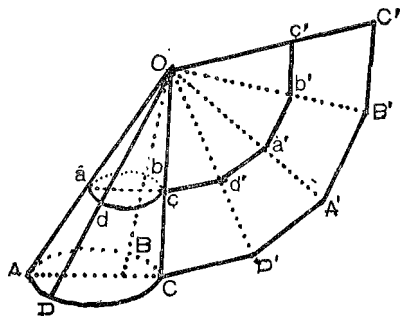
Obo-txano tente-motzaren albo-zabalgunea (oñazpi bizkiak baldin
badítu)

CC'/cc' obo-zati bizkiduna izango litzake.

Ortarako, eta ori iristeko, txanoa edo txano-motza,
OCC'-zabalgunean txapal-azkatu bear dezu,
OC-mugaldea zabalgune berean ipiñi arteraño.

Beste edozein txanoaren albo-zabalgunea,
era berdintsuan txapal-azkatu diteke ere (168 garren irudia).

Ortarako, gidari dan makoan zenbait puska txiki artuaz,
egizkizu iruki berdiñak (zabalgune berean) bata bestearen ondoan,
txanoaren mugaldeek agintzen duten moduan;
eta orrela PCD'A'B'C'O zokodia sortuko litzake.



(168 gn. irudicr)

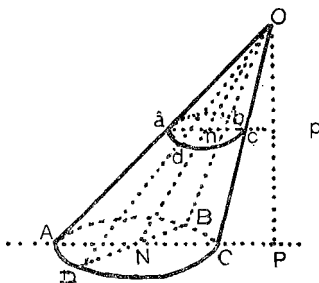
Beste edozein txano-motzaren albo-zabalgunea txapal-azkatzeko, lauki-bizkidunak egingo zenituzke, irukien ordez, 168 garren irudian azaltzen dan bezela.

36L ARKIGARRIA.— Oñazpi bizkiak ditun, obo-txano motzaren neurriak izanda, nola arkituko zenituzke txano osoaren eta txano-buruaren goibeak?

Bedi ABCDE/abcd txano-motza (169 garren irudia).

Osa-ezazu OABCD txanoa, eta egiozu OpP-goibea.

Orain bi zabalgune egizkiozu, bata OpP-goibea eta ON-ardatza ikutzen dituna,



(169 gn. irudia)

eta bestea ON-ardatza eta OD-mugaldea artzen dituna.

DON/dOn iruki antz-kide dituzu (276 eta 156);

eta berdintza au datorkigu, $DN : dn :: ON : On$. (Onela irakurri: DN dn-ren aldean, ON On-ren aldean ainbat dezu).

Baita NOP/nOp iruki antz-kide dituzu,

eta berdintza au ematen digute, ON : On :: OP : Op. (Onela irakurri: ON On-ren aldean, OP Op-ren aldean ainbat dezu).

Bi berdintza auetatik, beste au dator:

$$\begin{array}{ccc} & \text{DN} & \text{OP} \\ & \text{dn} & \text{Op} \end{array}$$

(DN dn-ren aldean, OP Op-ren aldean ainbat dala).

Ontatik berriz, beste bi berdintza datoz, zein baño zein argiagoak;

,
bata au: $\frac{\text{DN} - \text{dn}}{\text{DN}} = \frac{\text{OP} - \text{Op}}{\text{OP}}$ (Onela irakurri:

DN-ri dn kenduta, DN-ren aldean,
OP-ri Op kenduta, OP-ren aldean ainbat dala).

^T Eta bestea au: $\frac{\text{DN} - \text{dn}}{\text{dn}} = \frac{\text{OP} - \text{Op}}{\text{Op}}$ (Onela irakurri:

DN-ñ dn kenduta, dn-ren aldean,
OP-ri Op kenduta, Op-ren aldean ainbat dala).

Oartu zaitea, DN/dn txano-motzaren oñazpi-zillerdiak dirala;
eta OP (Op gutxi, edo Op kenduta) txano-motzaren goibea dala.

Orrela bada, txano-motzaren oñazpi baten zillerdiari R deitu ezkerro,
beste oñazpiaren zillerdiari r, eta goibeari a, bi berdintza datoz;

bata au: $\frac{\text{R} - \text{r}}{\text{R}} = \frac{\text{a}}{\text{OP}}$ (Onela irakurri:

R-ri r kenduta, r-ren aldean, a OP-ren aldean ainbat dala).

Eta bestea au: $\frac{\text{R} - \text{r}}{\text{r}} = \frac{\text{a}}{\text{Op}}$ (Onela irakurri:

R-ri r kenduta, r-ren aldean, a Op-ren aldean ainbat dala).

Azkenik, aurreko berdintza auetatik, beste bi agiri dira txit argi;

bata au: $\text{OP} = \frac{\text{Ra}}{\text{R-r}}$ (Onela irakurri:

OP dezu, Ra r-kendutako R-ren aldean ainbat, alegia).

Eta beste au: $\text{OP} = \frac{\text{ra}}{\text{R-r}}$ (Onela irakurri:

OP dezu, ra r-kendutako R-ren aldean ainbat, alegia).

OARRA.

Era berdintsuan adieraziko genduke, obo-txano tente-motzaren mugaldea jakinda, txano-osoaren eta txano-buruaren mugaldeak, onela atera ditezke:

$$x = \frac{Rl}{R-r}; \text{ eta } x' = \frac{rl}{R-r}$$

XLI GARRENKASKAIA

*H*z bereziak.

Zubilla=El cilindro. Zur bildua. Bil-egiña.

Zubil-zabalgunea=La superficie cilíndrica.

Obo-zubil=Cilindro circular. Oñazpi oboa duan zubilla.

Obo-zubil tentea=Cilindro circular recto.

Txapal-txapal jarri=Desenrollar. Colocar en plano. Edatu. Zabaldu.

ZUBIL-ZABALGUNEA

ZUBILLA

362. Zer da Zubil-zabalgunea?

Egizu-kontu, azkenik jarri ez diogun lerro-zuzen batek, mako-txapal bat pasatzen dula, beti bere buruaren bizki dalarik. Orrela egingo luken zabalgunea, zubil-zabalgune izango litzake. Mugitzen dan lerro-zuzenari, **Sortzalle** esan oi zaio, berak zabalgunea sortzen dulako; eta pasatzen dun mako-txapalari Gidarl esan oi zaio, berak sortzalleari bidea markatzen diolako.

Obo-zubil zabalgunea, gidari makobilla duna dezu.

Obo-zubil zabalgunearen **Ardatza**,

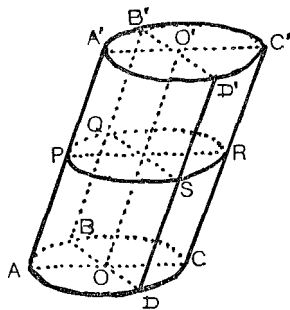
gidariaren biotzetik dijoan sortzallearen bizkia dezu.

Zubil berriz esan oi zaio, bi zabalgune bizkiek ebakitako zubil-zabalguneari.

Bi zabalgune bizki auek, sortzalle guztiak ebakitzen dituzte.

Sortzalleak, zubillarren **Mugalde** dituzu; eta epai-zabalguneak **Oñazpi**.

170 garren irudian, ABCD/A'B'C'D' zubil-zabalgune dezu.



(170 gn. irudia)

Bere lerro-zuzen $AA'/BB'/CC'$ eta abar, neurriker jarri ez zaien lerroak dituzu.

$ABCD$ mako gidaria dezu; eta $AA'/BB'/CC'$ lerro sortzalleak.

Sortzalle auk, $ABC/A'B'C'$ bi zabalgunez ebakiko bagenitu,

$ABCD/A'B'C'D'$ irudia, zubil izango litzake.

Era berean $AA'/BB'/CC'$ eta abar, zubillaren mugaldea zenituzke, eta $ABCD/A'B'C'D'$ zubillaren bi oñazpiak.

Obo-zubil dezu, oñazpiak bi obo dituna.

Zubillaren **Goibea** dezu, oñazpien arteko tartea.

Zubillaren **Ardatza** berriz, oñazpien biotzak ikutzen ditun lerro-zuzena.

363. Ondoreak.—1) **Edozein zubillaren mugaldea, alkar-berdiñak dituzu** (279).

2) **Obo-zubil tentearen goibea eta mugaldea, berdiñak dituzu** (279 eta 244).

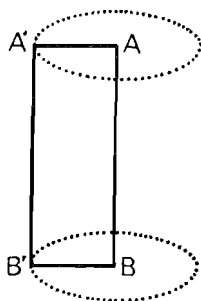
364. OARRA.

Obo-zubil tentea zer dan errezki ulertu dezazun, egizu-kontu lauki-tente batek, bere mugaldea baten inguruka biratzen dula (170-B irudia).

Orrela biraka sortzen duan korputza, **Obo-zubil tentea** dezu.

Mugitzen ez dan lerroa, obo-zubil tentearen **Ardotza** dezu;

onen parekoa (bizkia) **Mugaldea**; eta beste biak, oñazpien zillerdiak.



(170-B gn. irudia)

Bi obo-zubil tente alkar-antzkide dituzu,
lauki-tente antz-kideek egiñak diranean, era-bereko mugaldei bi-
raka, alegia.

365. AZALKIZUNA.—Edozein obo-zubil bertean: 1) ardertza eta mu-
galdeak, alkar-bizki dituzu. 2) Oñazpiak, berdiñak dira. 3) Zubillari
(oñazpien zabalgunek-bizkiaz) egindako edozein ebaketa, oñazpien
neurriko obo dezu, eta onen biotza zubillaren ardatz on arkitzen da.
Iru txatal aukeratu, banaka aztertu ditzagun.

1) Bedi AC' zubilla (170 garren irudia).

$ABCD$ -oñazpiaren O -biotzetik, egizu OO' -lerroa, AA' mugaldearen
bizkia.

Lerro ori beste mugaldeen (BB'/CC' eta abar) bizkia dezu (246, 3);
eta orregatik,

$OO'A'A/OO'B'B$ eta gañerako parebidunei begiratuaz,

OA OA' -ren berdiña dezu, OB OB' -ren berdiña eta abar, ABC
makobilla bait-da.

Alaberean, $OA'/OB'/OC'$ alkar-berdiñak dira;

eta orregatik $A'B'C'$ ere makobilla dezu, eta bere biotza O .

Ortaz, OO' -lerroa eta ardatza batera datoz; eta ardatza mugalde
guztien bizkia dezu.

2) Ikusi degunez, OA OA' -ren neurrikoa degu; eta orregatik O/O
obo- oñazpi berdiñak dira, zillerdi berdiña dutelako (94).

3) Egizu POR -zabalgunea, oñazpien bizkia; eta lenengo txatanean
esan ditugunagatik, OA TP -ren neurriko dezu, OB TQ -ren neurriko,
eta abar; baña $OA/OB/OC$ alkar-berdiñak diran ezkerreko, $TP/TQ/$

/TR ere berdiñak dira, eta PQR obo-zabalgunea dezu. Zabalgune onen biotza, ardatzaren T-puntuan arkitzen da; eta O/O' oñazpien neurriko dezu, zillerdi berdiñak (TP/OA/O'A') ditulako.

ONDOREA.—Ofoo-zubil tentearen goibeia eta ardatza, berdiñak dira.

366. AZALKIZUNA.—Edozein zubil, azken-gabe zabalde ditun bizmdia dala esan diteke.

Au oso errezki ulertuko dezu, 358 garren zenbakian geniona gogoratuta.

Izan ere, jartzazu zubillaren barruan, al dezazuken bizkirudirik aundiena;

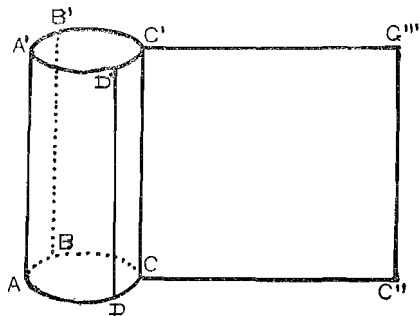
bizkirudiaren albo-ertzaldeak eta zubillaren mugaldeak, alkar-batera etorri ditezen eran.

Jartzazu urrena beste bat, bi-alako albo-zabalde dituna; urrena beste bi-alako dituna; gero bestea, eta orrela azkenik-gabe ugaritu itzazu albo-zabaldeak.

Ori egin ezker, zubillaren mugaldeen batera datozen ertzaldeak ere, gero ta ugariagotzen azkenik-gabe joango dira; eta azkenerrako bízkirudia eta zubilla bat-biurturík geldituko lirake.

Orregatik, edozein zubil, azken-gabe zabalde ditun bizkirudi dala esan diteke.

367. Obo-zubillaren albo-zabalgunea (171 garren irudia) oñazpitik azkatu, eta txapal-txapal jarriko bagendu, laukMentea eratuko litzake.



(171 gn. irudia)

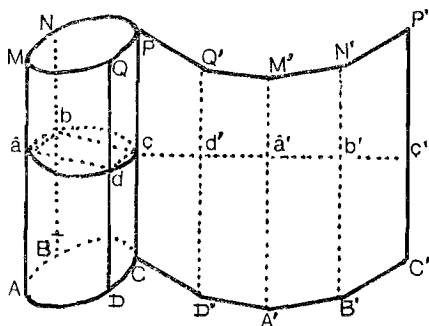
Lauki-tente onek oñazpi izango luke-zubillaren oñazpi-makobilla zuzen-jarria; eta goibe, zubillaren mugaldea.

Orí bera ikusiko zenduke, zubilla (CC'C'C' laukian) jira-arazi ez-kero, CC'-mugaldea C"C"-mugalderaño ekarri arterctño.

Edozein zubillaren albo-zabalgunea txapaltzeko (txapalki edatzeko), zabal-zazu, txanoa txapal-jartzeko erabilli genduan, era-modu be-rean (360);

ots, aren oñazpi batean egizkizu zenbait zati,
zati-puntu oyetan marka-itzazu zubillaren mugaldeak,
goiko oñazpictn zati berdiñak gerta ditezen eran;
eta orrela antola-itzazu parebidun berdiñak.

Era ortan PO'M'N'P'C'A'D'C' zokodia azalduko zaigu (172 garren irudia).



(172 gn. irudia)

Bañan zubillari, mugaldearen tente dan ebaketa eginda, ebaketa (abcd) orren lerro guztiak, mugaldearen tente dituzu; eta orregatik, zubilla txapal-jarritakoan, abcd-zabalgunearen lerroek cc'-lerro zuzena egingo luteke. Beraz, zubilla txapal-edatzeko, era errezago bat ba-dago; aurrenik abcd-zabalgunea egizu, mugaldearen tentea; urrena onen kantoietan zubillaren mugaldeak markatu itzazu; eda-zazu txapalka abcd-zokodia, kantoiak ondo markatuaz; kantoietan lerro-tenteak egizkizu (zubillaren mugaldeak); eta azkenik zubil-txapalduan (alde batera eta bestera) artu itzazu zubilleko neurñak, eta orrela, len bezelaxe, PO'M'N'P'C'B'A'D'C' zokodia egin dezu.

XLII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Boilla=La esfera.

Boil-zabalgunea=Superficie esférica. Boillaren goin azala.

Ardazpuru=Polo del eje. Ardatzaren burua. Ardatzaren mutur-ertza.

Boil-zati = Sector esférico.

Boil-pusketa=Segmento esférico. Ikusi 370 garren zenbakia.

Egon-lekua=Situación. Sitio en que está colocado algo.

Boil-azala = Superficie esférica. Igual que Boil-zabalgunea.

Epai-puntu=Punto de intercesión. Alkar-ebakitzen duteneko puntua.

Iku-zabalde=Superficie tangente. Ikutzen duan zabaldea.

Epai-zabalde=Superficie secante. Ebakitzen edo epaitzen duan zabaldea.

Makobil aundi=Circunferencia máxima. Ikusi 375 garren zenbakia.

Makobil txiki = Circunferencia mínima.

Obo aundi = Círculo máximo.

Obo txiki=Círculo mínimo.

BOIL-ZABALGUNEA

BOILLA

368. Boil-zabalgunea zer da?

Egizu-kontu raakobil-erdi batek, bere zil-lerroaren inguruka jiratzen dula.

Orrela egingo luken zabalgunea, **Boil-zabalgune** dezu.

Boilla, boil-zabalgunez esitako korputza dezu.

Jiratzen duan raakobil-erdiari, **Sortzalle** esan oi zaio, berak boilla sortzen dualako.

Bai boil-zabalgunearen, bai boillaren **Biotza**, sortzalle dan makobil-erdiaren biotza dezu.

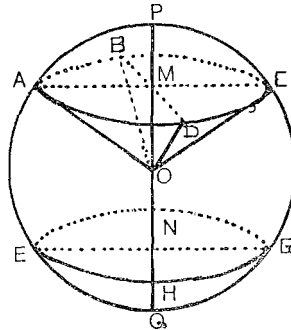
Boillaren **Zillerdia**, biotzetik boil-zabalgunera dijoan lerro-zuzena dezu.

Boillaren **Zil-Ierroa**, biotzetik zear, boil-zobalgunearen puntu bi ikutzen ditun lerro-zuzena dezu.

Boillaren **Ardatza**, sortzalle dan makobil-erdiaren zil-lerroa dezu.

Boillaren Ardazpura, bere ardatzaren rnutur-ertzak dituzu.

173 garren irudian boila daukazu. Bere biotza, O-puntua dezu; zillerdi, OA/OB/OC eta abar lerro-zuzenak; ardatz, PO-lerroa; eta ardazpuru, P/Q puntuak.



(173 gn. irudia)

369. ONDOREAK

1) **Boillaren zillerdiak, alkar-berdiñak diuzu.** Sortzalle izeneko makobil-erdiaren zillerdi diralako.

2) **Boillaren zil-lerroak, alkar-berdiñctk** dituzu. Bakoitzak bi zillerdi ditulako, izenak berak adierazten dun bezela.

370. Boil-zatl, sortzalle dan makobil-erdiaren zatiak, eraturako boilloren atala dezu.

Boil-pusketa berriz, epai-zabalgune batek (edo bi zabalgune bizkiek) eraturako boillaren atala dezu.

Epai-zabalguneak, obo-pusketaren **Oñazpi** bana dituzu.

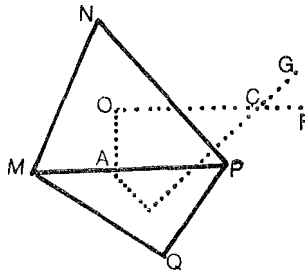
173 garren imdian OAPC obo-pusketa dezu (AOP obo-zatiak sortua).

PABCD oñazpi bakarreko obo-pusketa dezu; eta bere oñazpia ABCD.

ABCDEFGH berriz, bi oñazpi ditun obo-pusketa dezu; eta ABCD/ /EFGH bere oñazpiak.

371. AZALKIZUNA.—Zabalgune foerean ez dauden lau puntuek, obo-zabalgunearen egon-lekua markatzen dizute.

Bitez M/N/P/O, zabalgunerean ez dauden lau puntu (174 garren irudia).



(174 gn. irudia)

Auetatik M/N/P puntuak zabalgunere batean arkitzen dira; eta M/P/O puntuak beste batean. Ortaz egizu, M/N/P puntuak ikutu ditzan makobilla; eta O-puntua izan dedilla makobil orren biotza. Egizu berebat, M/P/O puntuak ikutzen ditun makobilla; eta O'-puntua izan dedilla makobil orren biotza.

Egizkizu orain bi lerro-zuzen (OF/O'G) goiko zabalgunere bien tenteak; eta bi lerro auk C-puntuan alkatu ditezela.

Izan ere, OA/O'A lerroak MP-ariaren tenteak dituzu, eta biak A-puntuan alkatzen dira, MP-lerroaren erdi-erdian arkitzen bait-da. OA/O'A lerroek OAO-zabalgunea markatzen dute, eta zabalgunere au, MNP/MPO zabalguneren tentea dezu. Ara zergatik, MP-lerroa AO/AO' lerroen tentea dan ezkerre (23), OAO-zabalgunea ere, MNP/MPO zabalguneren tentea dezu.

OF/O'G lerro-zuzenak beraz, OAO'-zabalgunean arkitzen dira (271); eta ez dira alkar bizki, oyen tenteak (OA/O'A) alkar-bizki ez di-ralako.

C-puntua beraz, M/N/P puntuen biderdian arkitzen da, OF-lerroaren puntu dalako;
 eta baita M/P/O puntuen biderdian ere, O'G-lerroaren puntu dalako(241,2).

Orregatik C-puntuak, lau puntuak (M/N/P/O) ikutzen ditun boilzabalgunearen biotza dezu (14, 6).

ONDOREA. Alkar-ebakitzen duten bi boil-azalek, zabalde berean dauzkerte beren epai-puntu guztiak.

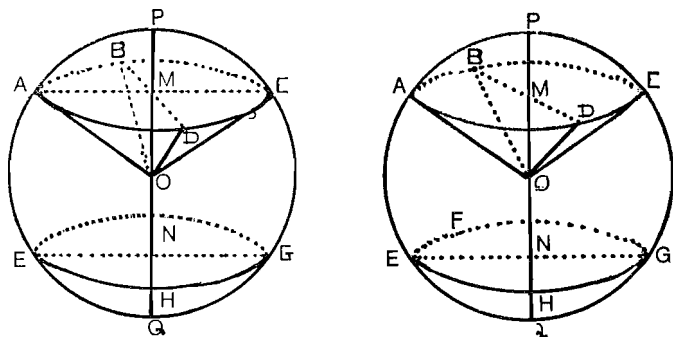
Bestela iru puntu zabalde batean, eta laugarrena beste batean leudeke; eta orduan, ez lirake bi zabalde izango, bakarra baizik.

372. Bi boillek artu ditzateken jar-tokiak jakiteko, eta beren biotzen arteko neurriak ezagutzeko, gogora ditzagun 98/99/100 zenbakietan esandakoak.

373. Boil-azala puntu bakarrez ikutzen duan zabaldea, IKU-ZABALDE esan oi da, eta puntu geiagoz ikutzen duana, EPAI-ZABALDE.

104 garren zenbakian esan genitunak gogoan arturik, oso errezki ulertu genezake, boil-zabalguneari zillerdi bat egin, eta onen er-tzean zabalde bat eratu ezkerre, (zillerdiaren tentea baldin bada) **Iku-zabalde** dala, eta (tentea ez bada) **Epai-zabalde**. (105).

374. AZALKIZUNA.— Boillari egindako zabalde-ebaketa. obo dezu.



(175 gn. irudia)

Bedi ABCD-zabaldea (175 garren irudia).

Egizu OP-zillerdia, zabalde orren tentea; etct egizkizu baita OA/OB/OC/OD lerroak ere, zabaldearen epai-puntuetara.

Lerro aukeratuak O-puntutik datoz, alkar-berdiñak dituzu, eta zabaldearen ez-tenteak.

Orregatik MA/MB/MC/MD lerro-zuzen berdiñak dituzu; eta zabaldearen ez-tenteak.

Orregatik MA/MB/MC/MD lerro-zuzen berdiñak dituzu; eta ABCD-makobillak M-puntua dizu biotz. Ortaz, boillari zabaldez egingadako ebaketa, obo betea dezu.

ONDOREA.—Bi boil-azalek (alkar-ebakitzen badute) makobilla egiten dute.

Izan ere, 371 garren ondorean esan genduanez, boil-azala ebakitzen duan zabaldeak, beti makobil egiten du.

Egizu-kontu zabalde batek (boil-azala ebakiaz) makobil bat egiten dula; eratu ezazu orain zil-lerro bat, zabaldearen tentea; eta, zil-lerro orren mutur-ertzak, egindako makobillaren **ardazpuru** (ardatz-buru) dituzu.

OARRA

OMA iruki-tentea da (M du zoko-tentea);

beraz $MA = \sqrt{OA^2 - OM^2}$ dezu. (Onela irakurri:

MA neurtzeko, OA-bikondetuari OM-bikondetua kendu, eta bigarren eineko erroa atera-ezazu).

Orain MA-zillerdia z deituaz, eta OM-ri d, goiko berdintza onela

gelditzen da: $z = \sqrt{OA^2 - d^2}$. (Onela irakurri: z neurtzeko

(zillerdia luzea neurtzeko), OA-bikondetuari d-bikondetua kendu, eta bigarren eineko erroa atera-ezazu).

Ortaz OA (boillaren zillerdia danetz) beti bat gelditzen da ez da aldatzen; eta, z aundiago egiten bada, d txikiagotu egiten zaizu; eta, d aundiagotzen bada, z txikiagotzen.

Edo beste modu batean esanda:

Boillaren oboak, zenbat-eta biotzetik urrutiago izan, txikiago dituzu; eta zenbat-eta biotzetik bertago eyon, aundiago dituzu.

Orregatik, aundi-aundienak boillaren biotzetik pasatzen diranak dituzu; eta orduan, d (epai-zabaldetik boil-biotzerako tartea) eta O (boillaren biotza) puntu bera diralako, berdintza au dator: $z =$

$1/OA^2$, edo berdin dana: $z = OA$. Onek esan nai du, oboaren zillerdia eta boillarena, biak bat dirala.

375. Boillaren zabalde-ebaketa, obo dan bezela; boil-azalarena, makobil.

Ortaz, **boillaren biotzetik pasatzen diran oboak eta makobillak, aundi deritzate; besteak txiki.**

376. ONDOREAK.— 1) Makobil aundiak boil-azala ebakitzean, zero erdibitzen du.

2) Obo aundiak boilla ebakitzean, zero erdibitzen du.

3) Boillaren makobil aundiak berdiñak díra; baiía obo aundiak ere.

4) Bi obo aundiek alkar-ebakitzean, boillaren zil-lerroa markotzen dute.

5) Bi obo aundiek, boillaren zil-lerro baten ertzetan alkar-ebakiúzn dute.

6) Bi makobillek, alkar-ebakitzeon, bi zati berdín egiten dltuzte; baita bi oboek ere.

7) Boil-azaloTen zil-lerroz kanpoko bi puntuek, makobil aundia markatzen dute.

XLIII GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Boil-atala=Zona esférica. Trozo de esfera. Ikusi 377 garren zenbakia.
Boil-sortzalle=Generatriz de esfera.
Boil-atalaren txapela=Casquete esférico. Casquete de trozo de esfera.
Boil-ardatza = Huso esférico.
Boil-zoko=Angulo esférico.
Boil-irukia=El triángulo esférico.
Boil-iruki tentea=El triángulo esférico rectángulo.
Boil-iruki bi-tentea=El triángulo esférico birrectángulo.
Boil-iruki iru-tentea=El triángulo esférico trirectángulo.

BOIL-AZAL ATALAK

377. Zer da boil-atala?

Boil-sortzalle izeneko, makobil-erdiaren makoak, markatzen duan boil-azalaren zrti edo puska. -

Zein dira boil-atalaren oñazpiak?

Boil-sortzalle izeneko, makobil-erdiaren mako-ertzek markatzen dituzten bi makobillak.

Zein da boil-atalaren goibea?

Boil-sortzalle izeneko makoak, ardatzara botatzen duan errañua.

Zein da boil-atalaren ixapela?

Oñazpi bakarreko boil-atala.

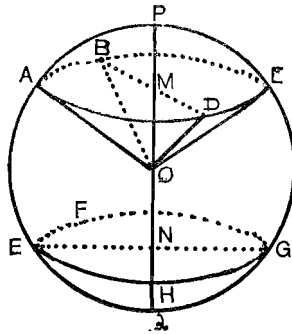
176 garren irudian, ABCDEFGH boil-atala dezu. Bi oñazpi ditu.

Obo-sortzalle izeneko makoa, AE dezu;

atal-oñazpiak, ABCD eta EFGH makobillak dituzu. Goibea, berriz, MN.

PABCD, oñazpi bakarreko boil-atala edo txapela dezu;

obo-sortzalle izeneko makoa, PA; oñazpia ABCD; eta goibea MP.



(176 gn. irudia)

Zer da **boil-ardatza**?

Bi makobil aundi-erdien arteko boil-azal zatia.

177 garren irudia, MANBM boil-ardatza dezu, MAN/MBN makobil aundi-erdiek esia.

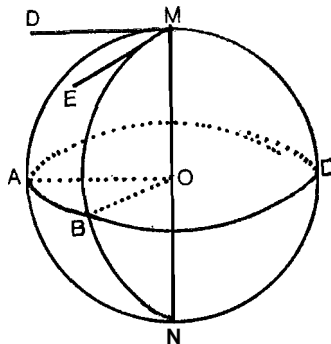
378. Zer da **boil-zoko**?

Puntu bereko bi makobil aundiek (edo beren zatiek) egindako iri-
kidura.

Makobil-zatiak edo makoak, **mugalde** deritzate.

177 garren irudian, AMB boil-zokoa dezu; onen mugaldeak MA/MB
dituzu; eta kantoia M.

Irugarren ikaskaian esan genitunak, berdin esan ditezke orain,
boil-zokoari buruz.



(177 gn. irudia)

379. Boil-zokoa neurtzeko, egizkizu zoko-kantoiari bi iku-lerro, bata mako batena, bestea bestena, eta orrela sortzen dan zokoa neurtu ezazu.

Oroitu zaite boil-zokoak bi zabalde edo obo nagusi dituala, eta bi obo-aundiek alkar-ebakitzean, zil-lerroa egiten dutela (376); eta, beren ertzaldea zil-lerro dalarik, zoko bizabal bat sortzen dutela.

Boil-zokoaren iku-lerroz egindako zoko-zuzena, zoko bizabal oni dagokio; iku-lerroak ertzaldearen tente bait-dira (105, 1).

Orrela (177 garren irudia) DME-zokoa AMB boil-zokoaren neurria dezu, eta MN bizabalarí dagokiona.

380. Zer da boil-irukia?

Binaka alkar-moztutzen duten iru makobil aundiek (edo beren zatiek) markatzen duten boil-azal zatia.

177 garren irudian, AMBA boil-irukia dezu; eta onen mugaldeak, AM/MB/BA makobil aundien makoak dituzu.

Boil-irukia **tente** izan diteke, zoko-tente bat baldin badu;

bi-tente, bi zoko-tente baldin baditu;

eta **iru-tente**, iru zoko-tente izanda.

381. AMB boil-irukiaren A/M/B kantoiak, boillaren biotzarekin lotzen badituzu, zoko iruzabal bat egiten dezu (177 garren irudia). Onen zabaldeak, AOM/BOM/AOB dituzu, eta zabalde oyen neurriak, AM/BM/AB makoak.

Alaberean OM/OA/OB bizabalak eta AMB/MAB/MBA boil-zokoak, neurri bereko dituzu. (379).

Ortaz zoko-zabalen eta bizabalaren ordez, boil-irukiaren mugaldeak eta zokoak ipini (284, 287, 288); boil-irukien egokitasun auek oararazi genitzake:

1) **Edozein boil-irukian, mugalde bat beste biak-bat baño txikiago dezu; eta bien arteko gorabera edo alde baño aundiago.**

2) **Boil-irukiaren mugalde guztiak-bat, makobil nagusi osoa baño txikiago dituzu.**

3) Boil-irukiaren boil-zoko guztiak-bat, bi zoko-tente baño aundiago dituzu, eta sei baño txikiago.

382. Irukiei buruz, 286 garren zenbakian esandakoak berrituz, orain ere esan genezake:

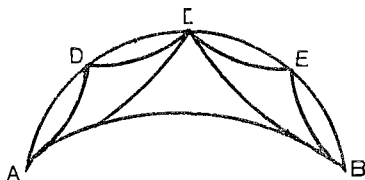
Boil beraren, edo boil berdiñen boil-zokoctk, alkar neurri bereko dirala:

- 1) Mugalde bat eta aldemeneko bi zokoak, berdiñak eta berdin jarriak baldin badituzte.
- 2) Bi mugalde eta tarieko zokoa berdiñak baldin badituzte.
- 3) Iru mugalde berdiñak baldin badituzte.
- 4) Iru goko berdiñak baldin badituzte.

383. OARRA.

Aipatu ditugun boil-irukiaren egokitasunetatik, irugarrenak au erakusten digu: **boil-irukiak bi-iru zoko tente edo irikiak izan dezakela.**

384. AZALKIZUNA.—Boil-azalean (bere bi puntuen artean) egin ditekenez lerrorik motxena, bi puntu oyek zear pasatzen dan, makobil aundiaren makorik txikiena dezu.



(178 gn. jrudia)

Bítez A/B puntuak (178 garren irudia), AB makobil aundiaren mo>koa, eta ACB (puntu auk lotzen ditun) beste makoa.

Egizu makobil aundia A/C puntuak-zear, eta beste makobil aunaundia C/B puntuak-zear;

ABC boil-irukian au agiri zaigu: $AB \bullet < AC + CB$ (AB txikiago dala, AC/CB biak-bat baño).

Biderdiko D/E puntuak artuta makobil aundiak egiñik,

ara zer agiri dan ADC/CEB irukietan: $AC < AD + DC$ eta $CB < CE + EB$. (Onela irakurri: AC txikiago dala, AD/DC biak-bat baño; eta CB txikiago dala, CE/EB biak-bat baño).

Bi ez-berdintasun auetatik, beste au dator: $AC + CE < AD + DC + CE + EB$.

(AC/CB biak-bat, gutxiago dirala AD/DC eta CE/EB guztiak-bat baño).

Eta areago oraindik: $AB < AD + DC + CE + EB$;

(AB txikiago dala, AD/DC eta CE/EB guztiak-bat baño).

Orregatik, ACB -makoan puntuak (bata besteagandik) bertago jarrita, egiten degun makoa, ACB -ren berdinxegoa izango litzake, bañan beti aurrekoak baño aundiagoa.

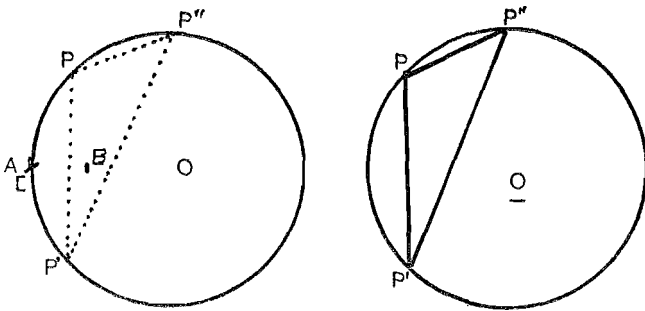
AB -mako beti txikiena izango litzake, eta orregatik, A/B puntuen arteko txikiena dezu, boil-azalean.

385. ARKIGARRIA.—Boil bert isanda, nola arkituko zenduke bere zil-lerroa?

Boil baten aurrean zaude.

Artu itzazu boil-azalean bi puntu, bata eskubian, bestea ezkerrean; eta zil-lerro berarekin, egizkizu bi mako goiko aldean (alkar-gurutatuaz), eta beste bi beko aldean. Orrela bi puntu markatuko dituzu.

Orain beste zil-lerro aundiagorekin, egizkizu beste bi mako, alkar-gurutatuaz, beste puntu bat marka-dezaten eran.



(179 eta 180 gn. irudiak)

Egízu-kontu O-makobilla (179 garren irudia) boil ebakia dala, eta A/B puntuak, ezker-eskubi artutakoak ditugula.

Ortaz, mako gurutzetuen bidez ipiñi ditugun beste iru puntuak, P/P'/P" izendatu ditzagun. Eta PP'/PP"/P'P" bide-tarteak arturik, egizu oyekin iruki bat (180 garren irudia). Orain iruki orri, egiozu bere inguruan iku-makobil bat, eta makobil orren zil-lerroa, boillaren zil-lerro dezu.

Izan ere, lotu itzazu P/P'7" iru puntu auek, AB-ren C biotz-puntuarekin.

PC/P'C/P"C lerro-zuzenak, AB-ren tenteak dituzu Opuntuan (50, 2); eta orrexegatik, C-puntuan AB-ri egindako zabalgunetentean daude (237).

Eta boillaren O biotz-puntua, zabalgunet ortan bertan arkitzen dan ezker (234), P/P'/P" puntuetatik dijoan makobilla, aundi-nagusia dezu,

eta irukiaren inguruan egindako makobillaren berdiña, orregatik makobil onen O'P zil-lerroa (180 garren irudia), boillaren zil-lerroaren neurriko dezu.

XLIV GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Boil-alderdi = Zona esférica. Igual que Boil-atala.

KORPUTZ BOROBILLEN ZABALERA

386. AZALKIZUNA.— Obo-txano tentearen albo-zabalera arkitze-ko, mugaldea eta oñazpiko makobilla aikar-aldiztu ondoren, atera- ezazu oyen erdia.

Obo-txanoa izan ere (337),
azken-gabeko zabalde ditun neur-bateko txuntxurra dezu.
Onen berun-lerroa, txanoaren mugaldea izango litzake;
eta onen oñazpi-ingurumena, txanoaren makobil-oñazpia.

Onela idatzi: $A/Z = 1/2 (m \times 2 \text{ PI } ze) = \text{PI } ze \times m$.

Eta onela irakurri:

Albo-zabalera neurtzeko, mugaldea eta bi aldiz PI eta zillerdia, irurak alkar-aldiztu itzazu, eta oyen erdia atera.

Edo berdin dana: PI eta zillerdia eta mugaldea, irurak alkar-aldiztu itzazu.

Ori da beraz, albo-zabaleraren araubidea.

387. AZALKIZUNA.— Oñazpi bizkiak ditun, obo-txano motz-zuzenaren albo-zabalera neurtzeko, oñazpietako makobil biak-bat egin, eta erdia eta mugaldea alkar-aldiztu tzazu.

Obo-txano tentea izan ere (338), neur-bateko txuntxurraren antzeko dezu; eta txano moztua berriz, txuntxur-motzaren antzeko.

Onen oñazpi-ingurumenak, txano-moztuaren bi makobillak izan-

go lirake; eia onen albo-bizkidunen goibea, txano-motzaren mugaldea.

Araubide au izango litzake beraz:

$$A/Z = 1/2 (2 \text{ PI ZE} + 2 \text{ PI ze}) \text{ m} = \text{PI m} (\text{ZE} + \text{ze}).$$

Onela irakurri:

Oñazpi bizkiak ditun, obo-txano motz-zuzenaren albo-zabalera neurtzeko, 2 PI ZE eta 2 PI ze biak-bat egin; ori eta mugaldea alkar-aldiztu, eta erdia atera ezazu.

Edo berdin dana:

Zillerdi biak-bat egizkizu; eta ori eta PI eta mugaldea, irurak alkar-aldiztu.

ADIBIDEZ.—Aridtu ezazu, oñazpi bizkiak diiun, obo-txano motz-ssuzenaren albo-zabalera, bere mugaldea metro bat, eta oñazpietako makobillen zOlerdiek (batek 0,50 raeiro, eta besieak 0,60 metro) baldin badituzte.

Araubidea jarri dezagun, eta bere letrak (izkiak) zenbakiaz (numeroz) aldatu.

$$A/Z = 3,14 \times 1 \times 1,10.$$

$$A/Z = 3,45 \text{ mts}^2 \text{ (Iru metro, berrogei ta bost metro-eunen bikonde).}$$

ABIDIDEZ.—Arki-ezazu orain, obo-txanooren (orren beraren) zabalera osoa.

Goiko oñazpiak, au du zdbalera: PI ze^2 .

(PI eta zillerdi bikondetua alkar-aldiztuta).

$$\text{Orain zeñbakiak ipiñita: } 3,14 \times 0,50^2 = 3,14 \times 0,25 = 0,785 \text{ mts}^2.$$

Beko oñazpiak au du zabalera: PI ze^2 .

$$3,14 \times 0,60^2 = 3,14 \times 0,36 = 1,130 \text{ m}^2.$$

(Metro bat, eta 130 metro-millen bikonde).

Ortaz, zabalera osoa arkitzeko,

albo-zabalera eta bi oñazpi-zabalerak bat-egin itzazu:

$$Z/O = 3,45 + 0,78 + 1,13 = 5,36 \text{ mts}^2.$$

(Bost metro, ogei ta amasei metro-eunen bikonde).

OARRA.

Txanoaren edo txano-motzaren albo-zabalera neurtzeko, eda-ezazu txapal-txapal, (360) eta ateratzen dan irudi zapalaren neurriak artu itzazu luzeka.

388. AZALKIZUNA.— Zubillaren albo-zabalera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu mugaldea eta onen epai-zabalde tentearen inguru-mena.

Zubilla izan ere, azken-gabe zabalde ditun bizkirudia dezu (366); eta onen albo-ertzaldeak, zubillaren mugaldeak dituzu (339).

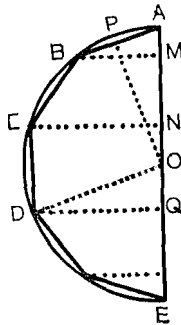
389. ONDOREA.— Obo-zubil zuzenaren albo-zabalera neurtzeko, alkar-aldiztu itzozu mugaldea eta oñazpiko makobilla.

Makobil ori eta mugaldea, alkar-tenteak bait-dira.

Ortaz araubidea au izango litzake: $A/Z = 2 \text{ PI ze } x \text{ m.}$

(PI bi aldiz eta zillerdia eta mugaldea, irurak alkar-aldiztu itzazu).

390. AZALKIZUNA.— Boil batean zokodi-zati batek (bere zillertiari biraka) egingo luken oñazpiaren zabalera neurtzeko, alkar-aldiztu itzozu (berun-lerroa zillerti dun) makobilla eta (oñazpiak ordatzari egiten dion) errañua.



(181 gn. irudia)

Bedi OABCD zokodi-zotia (181 garren irudia).

Zokodi ortan iru mugalde ikusten dira: AB/BC/CD.

AM-mugaldeak, txano baten albo-zabaldea adierazten du;

BC-mugaldeak, txano-motzaren albo-zabaldea; eta azkenik, CD-mugaldeak, zubil baten albo-zabaldea.

Ortaz,

1) AB-mugaldeak adierazten dun, obo-txano tentearen albo-zabalerak, araubide au (PI ze x m) daukanez, berdintza au datorkigu: $A/Z = PI \times MB \times AB$.

Egizu orain OP berun-lerroa; eta AP AB-ren erdia dan ezkerro (101, 3), berdintza au datorkigu: $PI \times MB \times AB = 2PI \times MB \times AP$ (A). Onela irakurri:

PI eta MB eta AB.irurak alkar-aldizturik,

PI bi bider eta MB eta AP, irurak alkar-aldiztuak ainbat dira).

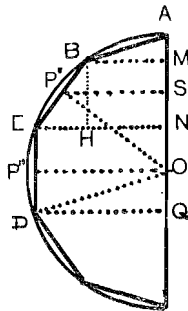
Orain berriz, ABM/APO iruki antz-kide dituzu, A-zokoa biena dutelako, eta P/M zoko-tenteak diralako (157). Eta iruki antz-kide diran ezkerro, berdintza au datorkigu: $OP : MB :: AP : AM$. (OP MB-ren aldean, AP AM-ren aldean ainbat dezu).

Eta berdintza ortatik beste au:

$OP \times AM = MB \times AP$. (OP/AM alkor-aldiztuak, MB/AP alkar-aldiztuak ainbat dituzu).

Bañan (MB x AP)-ren ordeaz, bere berdiña (OP x AM) jarri ezkerro, AB-mugaldeak adierazten duan zabalera, onela gelditzen zaigu: Bi PI x OP x AM (AB-zabalera neurtzeko, Pi bi aldiz eta OP eta AM, irurak alkar-aldiztu itzazu). (I).

2) BC-mugaldeak adierazten duan, txano-motzaren albo-zabalerak, (182 garren irudia) araubide au dauka: $1/2$ (Bi PI x NC + bi PI x MB) x BC.



(182 gn. irudia)

Onela irakurri:

BC-mugaldeak adierazten duan, txano-motzaren albo-zabalera neurtzeko,

PI bi bider artzazu, ori eta NC alkar-aldiztu itzazu;
berriro PI bi bider artzazu, ori eta MB alkar-aldiztu itzazu;
biak-bat egin ondoren, atera-ezazu oyen erdia;
eta ori guztia eta BC alkar-aldiztu itzazu.

Orain BMNC-bizkidunean, egizu erdiko SP'lerro-bizkia;
eta SP'-zillerdi luken makobilla neurtzeko, naikoa zenduke,
NC eta MB dutenak biak-bat egin, eta oyen erdia ateratzea (205).
Ortaz goiko araubidea, onela gelditzen da: Bi PI x SP' x BC (B).
(Bi bider PI eta SP' eta BC, irurak alkar-aldiztu).

Orain OP' berun-lerroa eta BH-lerroa (CN-ren tentea) egiñik,
OP'S eta CBH iruki antz-kide dituzu (159); eta berdintza au ematen digute:

BC : OP' :: MN : SP'. (BC OP'-ren aldean, MN SP'-ren aldean ainbat dituzu).

Eta ortatik beste berdintza au:

BC x SP' = OP' x MN. (BC/SP' alkar-aldiztuak, OP'/MN alkar-aldiztuak ainbat dira).

Eta (BC x SP')-ren ordeaz, oien berdiña (OP' x MN) jarririk,
BC-mugaldeak adierazten duan zabalera, onela gelditzen da:
2PI x OP' x MN. (Bi bider PI eta OP' eta MN, irurak alkar-aldiztu). (II).

3) Azkenik CD-mugaldeak adierazten duan zubillaren albo-zabalera, araubide au dauka: 2PI x QD x CD (389).

Onela irakurri:

CD-mugaldeak adierazten duan, zubillaren zabalera neurtzeko,
PI bi bider arturik, ori eta OD/CD alkar-aldiztu itzazu.

Bañcm OD OP"-ren neurriko, eta CD NO-ren neurriko diranez,
goiko araubidea onela gelditzen da: 2 PI x OP' x NQ (III).

Onela irakurri:

CD-mugaldeak adierazten duan zubillaren zabalera neurtzeko,
PI bi bider arturik, ori eta OP'/NO alkar-aldiztu itzazu.

Orain (I) (II) eta (III) berdintzak batera artuaz, beste au datorkigu:
 $AB + BC + CD = 2PI \times OP \times AM + 2PI \times OP' \times MN + 2PI \times OP'' \times NO$.

Onela irakurri:

Boil batean AB/BC/CD zokodi-zatiak (bere zillerdiari biraka) egingo luken oñazpiaren zabalera neurtzeko, lendabizi PI bi bider artu, eta ori eta OP eta AM alkar-aldiztu itzazu; urrena PI bi bider artuta, ori eta OP, eta MN alkar-aldiztu; gero PI bi bider artuta, ori eta OP'' eta NO alkar-aldiztu; eta azkenik irurak bat-egin.

Bañan OP/OP'/OP'' berdiñak diran ezkerro, goiko berdintza onela gelditzen da: $2PI \times OP (AM + MN + NQ)$.

Onela irakurri:

AM/MN/NQ irurak bat-eginda, ori eta OP alkar-aldiztu itzazu, eta gero, ori eta PI (bi bider artua) alkar-aldiztu.

Bañan $AQ = AM + MN + NQ$ dan ezkerro, goiko bendintza onela gelditzen da:

$2PI \times OP \times AQ$. (Onela irakurri: OABCD zokodi-zatiaren zabalera neurtzeko, PI (bi bider artua) eta OP eta AQ alkar-aldiztu itzazu).

391. LENENGO ONDOREA.— Boil-alderdi baten zabalera neurtzeko, bere makobil aundia eta goibea alkar-aldiztu itzazu.

Izan ere, oboa sortzen duan makoa, zokodi-zatiaren antzeko dezu (204);

onen berun-lerroa, boillaren zillerdia dezu;

eta, ardatzari egiten dion errañua, zokodi-zatiaren goibea.

Araubidea au izango luke: $Z/Z = 2PI \times ze \times g$.

Onela irakurri:

Zatiaren zabalera neurtzeko, PI bi bider artua eta zillerdia eta goibea alkar-aldiztu-itzazu.

392. BIGARREN ONDOREA.—Boillaren zabala neurtzeko, bere makobil aundi bat eta zil-lerroa alkar-aldiztu itzazu.

Izan ere, (182 garren irudia).

AD-makoak adierazten duan boil-zatiaren zabalera, $2PI \times ze - g$

dezu; eta DE-makoak adierazten duan boíl-zatiaren zabalera berriz, $2PI \times ze \times OE$.

Orregatik ADE-makoak adierazten duan boíl-zatiaren zabalera, $2PI \times ze \times AE$ da.

Au da beraz bere araubidea: $B/Z = 4PI \times ze^2$.

Onela irakurri:

Boillaren zabalera neurtzeko,

PI lau bider artua eta zillerdi bikondetua, biak alkctr-aldiztu itzazu.

IRUGARREN ONDOREA.— Boillaren zabalera neurtzeko, obo-aundiaren zabalera artzazu lou aldiz.

Au errezki ulertzeko, irakurñ ezazu berriro, 217 gctrren zenbakian esan genduan lenengo ondorea.

393. AZALKIZUNA.— Txcmo ontz-kideen zabalera guztiek (bai albokoek, baita osoek ere) eta beren mugalde bikondetuek (goibe bikondetuek, eta oñazpietako zillerdi bikondetuek) alkar-neurtzen dute.

Emen dioguna, zabalera osoei buruz ulertu diteke, eta baita albo-zabalerei buruz ere. Orregatik biak banaka aztertuko ditugu.

Zabalera osoak aipatzectn, euki dezagun gogoan,

txanoa berez txuntxurraren cntzkoa dala; eta aren mugaldeak, txuntxurraren ertzalde bezela artu genitzakela.

Orregatik, bai txanoctren, bai txuntxurctren zabalera osoek, eta beren mugalde bíkondetuek alkar-neurtzen dute (341).

Orretzaz gañera, mugaldeak oñazpien zillerdi dituzu,

eta goibeak, iruki berdintsuen era-bereko mugalde;

eta orrexegatik alkar-neurtzen dute (356, 2).

Beraz mugalde bikondetuek, zillerdi bikondetuek, eta goibe bikondetuek, alkar-neurtzen dute ere, len esandako arrazoiengatik, alegia.

Edo berdín dana, txano berdintsuen (antz-kideen) zabalera osoek, eta beren mugalde bikondetuek, beren goibe bikondetuek,

eta oñazpietako zillerdi bikondetuek, guztiek alkar-neurtzen dute.

Albo-zabalerei buruz esan-berri ditugunak gogoraturik,

berdintza au dator $M : m :: ZE : ze$.

Onela irakurri:

M m-ren aldean, ZE (zillerdi bat) ze-ren (beste zillerdiaren) aldean ainbat dala. Eta ezin uka diteke beste berdintza au, $PI \times ZE : PI \times ze :: ZE : ze$.

Onela irakurri:

PI eta Ze alkar-aldiztuak, PI eta ze alkar-aldiztuen aldean, Ze ze-ren aldean ainbat dala.

Orroko ortatik ordean, beste berdintza au dator, $PI \times ZE \times M : PI \times ze \times m :: ZE^2 : ze^2$.

Onela irakurri:

PI eta Ze eta M alkar-aldiztuak, PI eta ze eta m alkar-aldiztuen aldean. Ze-bikondetua ze-bikondetuaren aldean ainbat dala.

Onek esan nai digu (386),

goian esandako txanoen zabalerak, eta beren oñazpietako zillerdi bikondetuek, alkar-neurtzen dutela; eta len adierazi degunagatik, baita mugaldeak eta goibeak ere.

OARRA.

Emen adierazi deguna, era berean adierazi genezake zubillei buruz ere.

394. AZALKIZUNA.— Bi boillen zabalerak, eta beren zillerdi bikondetuek (eta zil-lerro bikondetuek) alkar-neurtzen dute.

Bi boillen zabalerak ($4PI \times ZE^2$ eta $4PI \times ze^2$) dituzu.

Ortaz berdintza au dator ain-zuzen ere: $4PI \times ZE^2 : 4PI \times ze^2 :: ZE^2 : ze^2$.

Onela irakurri:

Lau aldiz PI eta ZE-bikondetua alkar-aldiztuak, lau aldiz PI eta ze-bikondetua alkar-aldiztuen aldean, ZE-bikondetua ze-bikondetuaren aldean ainbat dezu.

Bañan zillerdia, zil-lerroaren erdia dan ezkerro, berdin esan genezake, zillerdi bikondetuek eta zil-lerro bikondetuek alkar-neurtzen dutela; eta orixegatik boillek eta zil-lerro bikondetuek alkar-neurtzen dutela ere.

XLV GARREN IKASKAIA

Itz bereziak

Korputz borobii = Cuerpo redondo.

KORPUTZ BOROBILLEN LODIERA

395. AZALKIZUNA.— Edozein txanoaren lodiera neurtzeko, bere oñazpia eta goibea alkar-aldiztu itzazu, eta orren irurena atera.

Txanoa izan ere, azken-gabe zabalde ditun txuntxurra dezu (358); orregatik txanoaren lodiera eta txuntxurrarena modu berean arkitzen dira (346).

396. Obo-txanoak beti oboa du oñazpi.
eta oboaren balioa $PI \times z^2$ dan ezkerre, obo-txanoaren balioa au izango litzake:

$O/TX/L = 1/3 PI \times ze^2 \times g$. Onela irakurri:

Obo-txanoaren lodiera neurtzeko,

PI eta zillerdi bikondetua eta goibea alkar-aldiztu itzazu,
eta oyen irurena (edo irutik bat) atera ezazu.

397. AZALKIZUNA.— Oñazpi bizkiak ditun, txano-motzaren lodiera neurtzeko, artu itzazu iru neurri auk:

1) Txano-motzaren goibea.

2) Bi oñazpien zabalera (biena bat-eginda).

3) Bi oñazpien arteko alkar-neurpenaren zabalera.

Alkar-aldiztu itzazu iru neurriak beren artean, eta oyen irurena atera ezazu.

Onela irakurri:

3,14 eta $1,20^2$ eta 6 alkar-aldiztu, eta orren irurena atera;
edo berdin dana, 9 metro ta berrogei ta iru metro-millen irukonde.

Eta, azkenik, txano-motzaren lodiera au da:

$$41,867 \text{ mts}^3 - 9,043 \text{ mts}^3 = 32,824 \text{ m}^3.$$

Onela irakurri:

41 metro ta 867 metro-millen irukonderi,
9 metro ta 43 metro-millen irukondetuak kendu;
au da, 24 metro ta 824 metro-millen irukonde.

399. AZALKIZUNA.—Edozein zubillaren lodiera neurtzeko, bere oñazpia eta goibea alkar-aldiztu itzazu.

Zubilla izan ere, azken-gabe zabalde ditun bizkirudia dezu (336);
eta zubillaren lodiera, bizkirudiarena bezela arkitu bear degu (345),
bere goibea eta oñazpia alkar-aldiztuaz, alegia.

400. Obo-zubillak beti oboa dizu oñazpi, eta bere lodiera au du:
 $0/Z/L = \text{PI } ze^2 \times g$. Onela irakurri:

Obo-zubillaren lodiera neurtzeko,
alkar-aldiztu itzazu PI eta zillerdi bikondetua eta goibea.

**401. AZALKIZUNA.— Boillaren lodiera neurtzeko, alkar-aldiztu itzazu aren lodiera eta zillerdia; eta orren irurena (edo irutik bat) cte-
ra ezazu.**

Boillaren azala izan ere, azken-gabe zabalde dituan zabaldun-azala dezu.

Zabalde oven kantoiak eta boillaren biotza alkar-loturik,
ezin-konta al (azken-gabe) txuntxur egiten dituzu.

Txuntxur bakoitzaren oñazpía boil-azalean arkitzen da,
eta zillerdia dizu goibe.

Txuntxur bakoitzaren lodiera beraz,
goibe-oñazpi alkar-aldiztuen irurena (edo irutik bat) dezu;
eta orregatik, txuntxur guzien lodiera (boillaren lodiera) neurtzeko,

Orren lodiera neurtzeko, OABCDO obo-zatiaren lodierari, OABCD obo-txanoarena gaindu egíozu.

Ikusi azkenik ABCDEFGH boil-pusketa, bi oñazpi dituna.
Orren lodiera neurtzeko, PEF GH (oñazpi bakarreko) obo-pusketaren lodierari PABCD (oñazpi bakarreko) obo-pusketaren lodiera ken-
duiozu.

ADIBIDEZ.—Sei metroko zil-lerroa dun boillari, ebakia egin diogu (zil-lerro tentearen irutik-bat gorakoa).

Zenbrt lodiera du beraz, onela sortutako boil-zañiak?

Eta zenbat lodiera, boil-pusketa txikiak?

Aurrenik boil-alderdi onen zabalera atera dezagun.
Ortarako 391 garren zenbakian esana daukagunez,
makobil aundia (2PI x ze) etct goibea (g) alkar-aldiztu itzazu.

2PI(2x3,14)degu;
ze edo zillerdia, zil-lerroaren erdia, 3;
eta g edo goibea (zil-lerroaren irutik bat).

Oyek irurak alkar-aldíztuaz, berdintza au dator:
 $Z = 2x 3,14x3x2 = 37,68 \text{ mts}^2$. Onela irakurri:

**Ogei ta amazapi metro, eta irurogei ta zortzi metro-eunen bikon-
de ditu.**

Orain boil-alderdiaren zabalera jakiñik,
boil-zatiaren lodiera ateratzeko, lengo ondoreañ begiratuaz (403,1),
berdintza au datorkigu ain zuzen ere: $L = 1/3 x 37,68 x 3 = 37,68 \text{ mts}^3$.

Onela irakurri:
Boil-zatiaren lodierak, **Ogei ta amazapi metro, eta irurogei ta zor-
tzi metro-eunen irukonde ditu.**

Kontu-egin dezagun, boillañ emandako ebakia ABCD dala (183 ga-
rren irudia);
eta zillerdiazen luzera (AM) atera nai degula.

AMO-irukian berdintza au datorkigu: $AM = 1/ AO^2 - OM^2$.

Onela irakurri:

AM-ren luzera neurtzeko,

AO-bikondetuari OM-bikondetua kendu, eta orren bigarren eineko erroa atera ezazu.

Berdintza orren letrak (izkiak), zenbakiaz (numeroz) aldatuaz, berdintza onela gelditzen zaigu:

$$AM = V \sqrt{9-1} = y \sqrt{8} = 2,8 \text{ m.}$$

Onela irakurri:

AM-ren luzera neurtzeko, bederatziri bert kendu, eta orren bigarren eineko erroa atera ezazu Edo berdín dana, zortziren bigarren eineko erroa atera ezazu. Edo berdín dana **bi metro eta zortzi metro-ama-
rren luze.**

Ortaz, OAZBCD txanoaren oñazpiko zillerdia 2,8 dan ezker, atera dezagun txanoaren lodiera, 396 garren zenbakitn esan genduan.

Obo-txanoaren lodiera cru dezu: $1/3PI \times ze^2 \times g$. Onela irakurri.

PI-ren irurena eta zillerdi bikondetua eta goibea alkar-aldiztu itzazu.

Edo berdín dcma:

$$\frac{3,14 \times 7,84 \times 1}{3} = \frac{24,597}{3} = 8,199 \text{ mts}^3. \text{ Onela irakurri:}$$

3,14 eta 7,84 eta 1 alkar-aldiztu, eta orren irurena atera;

edo berdín dana, 24,597-ren irurena atera;

ctu da **Zortzi metro, eta eun ta larogei ta emeretzi metro-millen irukonde.**

Azkenik boil-pusketaren lodiera ateratzeko, boil-zatiaren lodierari (37,68 mts³),

OABCD-txanoaren lodiera (8,20 m³) kendu; edo berdín dana:

37,68 — 8,20 = 29,48 m³ (**Ogei ta bederatzí metro, eta berrogei ta zortzi metro-eunen irukonde**).

404. AZALKIZUNA.—Bi txano berdintsuen (antz-kideen) lodiek eta beren oñazpien zillerdi irukondetuek (mugalde irukondetuek eta goibe irukondetuek) alkar-neurtzen dute.

Ba-dakigu, 356/2 garren zenbakian esan genduanez,
bi txano berdintsuen (antz-kideen) goibeak, oñazpietoko zillerdiak,
eta mugaldeak, alkar-neurtzen dutela; txano berdintsuen era-bere-
ko mugalde diralako.

Ortaz berdintza au dator $G : g :: ZE : ze$ (G g-ren aldean, ZE ze-ren
aldean ainbat dala).

Bañan beste berdintza cru ere ezin uka-diteke
 $1/3 PI ZE^2 : 1/3 PI ze^2 :: ZE^2 : ze^2$.

Onela irakurri:

PI eta ZE-bikondetua alkar-aldiztuen irurena,
PI eta ze-bikondetua alkar-aldiztuen irurenaren aldean,
ZE-bikondetua ze-bikondetuaren aldean ainbat dezu.

Bi berdintza auetatik, beste irugarren au datorkigu, ain zuzen ere:
 $1/3 PI \times ZE^2 \times G : 1/3 PI \times ze^2 \times g :: ZE^3 : ze^3$.

Onela irakurri:

PI eta ZE-bikondetua eta G alkar-aldiztuen irurena,
Pi eta ze-bikondetua eta g alkar-aldiztuen irurenaren aldean,
ZE-irukondetua ze-irukondetuaren aldean ainbat dezu.

Orain gogoan artzazu,

$(1/3 PI \times ZE^2 \times G)$ lenengo txanoaren lodiera dala;
 $(1/3 PI \times ze^2 \times g)$ bigarren txanoaren lodiera;
eta oyek eta beren zillerdi irukondetuek alkar-neurtzen dutela,
goiko berdintzak adierazten digunez.

Bañan bi iruki berdintsuetako oñazpi-zillerdiek, goibeek eta mu-
galdeek, alkar-neurtzen dutelako; irugarren einera jaso, edo iru-
kondetu ezker ere, berdín alkar-neurtuko dute ere.

Orregatik, bi txano berdintsuen lodiek eta beren oñazpien zillerdi
irukondetuek (mugalde irukondetuek eta goibe irukondetuek) alkar-
neurtzen dute.

ADIBIDEZ.—Aurreko 398 garren zenbakian ikusten genduan txanoa,
txano-tente baldin bada; txano onek eta bere txano-buruak al-
kar-neurtzen dute.

Eta txano osoaren lodiera 41,867 dala jakiñik,

berdintza au ipiñi genezake $41,867 : x :: 10^3 : 6^3$. Onela irakurri. 41,867 x-ren aldean, 10-irukondetua 6-irukondetuaren aldean ainbat dezu).

Ontatik beste au dator $x = \frac{41,867 \times 216}{1000} = 9,043 \text{ mts}^3$. Onela irakurri:

x zenbat dan jakiteko, 41,867 eta 216 alkar-aldiztu, eta 1000-ez zaitu;

edo berdin dana: **bederertzi metro, eta berrogei ta iru-metro-millen irukonde.**

Au da beraz txano-buruaren lodiera, 398 garren zenbakian atera zitzaigun bezela

405. OARRA.

Onelatsu (era ontantsu) adierazi genezake baita, bi zubil berdintsuek (antz-kideek) eta beren mugalde bikondetuek, oñazpietako zillerdiek, eta goibeek alkar-neurtzen dutela. (Goibea eta mugaldeak alkar-berdiñak bait-dira, izan ere).

406. Bi boillen lodiek eta zillerdi irukondetuek eta zil-lerro irukondetuek, alkar-neurtzen dute.

Oroitu zaite arren, 402 garren zenbakian esan genduanez, bi boillen araubideak auek dirala $\frac{4}{3} \text{ PI ZE}^3$ eta $\frac{4}{3} \text{ PI ze}^3$.

Onela irakurri:

Lenengo boillaren araubidea au da: PI eta ZE-irukondetua alkar-aldiztu, eta oyen irurena lau bider artu; eta bigarren boillaren araubidea berebat, PI eta ze-irukondetua alkar-aldiztu, eta oyen irurena lau bider artu.

Ortatik berdintza au atera diteke:

$$\frac{\frac{4}{3} \text{ PI} \times \text{ZE}^3}{\frac{4}{3} \text{ PI} \times \text{ze}^3} = \frac{\text{ZE}^3}{\text{ze}^3} \text{ Onela irakurri:}$$

PI-ren lau iruren eta ZE-irukondetua alkar-aldiztuak, PI-ren lau iruren eta ze-irukondetua alkar-aldiztuen aldean, ZE-irukondetua ze-irukondetuaren aldean ainbat dituzu.

Onek esan nai du:

Bi boillen lodiek eta beren oñazpietako zillerdi irukondetuek, alkar-neurtzen dutela; eta era berean, bi boillen lodiek eta beren zil-lerro irukondetuek.

ADIBIDEZ.—Eguzkiaren zil-lerroa, lurrarena baño 110 bider aundiagoa baldin bada, zenbat aldiz aundiagoa da eguzkia, lurra baño?

Zil-lerroaren luzea, irugarren einera jaso, aldiz aundiagoa.

110^3 bider aundiagoa. Au da, 1.331.000 aldiz aundiagoa.

AMAIA

IRU OAR

Ene irakurle:

Iru oarkizun egin nai nizkizuke aurretik, itz-sorta berezi onen arrazoa edo zergatia adieraziaz.

Liburu-gai berriak euskera-naiean ari geranok, ez degu, nik uste, itz berri zalegi izan bear. Kontuz eta arretaz gabiltzan, izkera illu-negiak kalterik egin ez dezaigun. Bañan ez gaitezen bildurrez kuz-kurtu. Itz berrien bildurregi izatea, geren buruak itxutzea bezela izango litzake; eta mundu bat egiteko daukagunean, lanerako erremintarik gabe gelditzea, alegia.

Noiz itz berria artuko? Noiz auzokoa erabiliko? Ortan dago koska. Euskeraren aberastasunari begiratu bear zaio, eta euskaldunon ar-neurriari ere bai. Euskeraren oparotasunari lagundu, eta baita gure kapazidadeari errepatu ere. Erdiko bide ori asmatzen dunak, orretzek egingo digu euskaldunoi mesederik aundiena.

Bijoaz beraz nere iru oarrak.

LENENGOA.—Jeometri-gauzetan pixkat sartzen bazera, eta gai or-tarako euskerak daukan erreztasunari gustu artzen badiozu, askoz obeto eta azkarrago bururatuko dituzu gai ontako ikasi-bearrak. Errezago bururatuko, eta ezin-aztuzko eran bear bada.

Guk txikitan ezagutu genduan Jeometria, gogorra eta zalla ezezik, arlote xañnarra ere iruditzen zitzaigun. Eta bai al dakizu zergatik? Griezgozko itzez josia zetorrelako nunbait. Guk tutik ulerten ez genitun esaeretan zetorrelako. Eskoletan erakutsi ziguten erderak noski, atzerriko itz oyen bearra bait-zuan, jeometri-gauzak adieraz-teko.

Euskerak ez du kanpoko laguntza ori **orrenbeste** bear. Ez du geienetan iñungo itz zallen bearrik. Bere baratzean bait-ditu naiko esakun errez, argi ta garbi. Eta euskeraz ikasitakoak, kabi beroa eta goxoa egíten dízu euskal-buruan.

Euskera jeometri-gauzetarako aberatsa da; bañan kontuz ibilli gaitezen gure aberastasunarekin. Orra zergatik.

BIGARREN OARRA:—Euskerak matematika-gaietarako eunka-milla esaera egoki ditualako, edo izan dezazkelako, zentzuz eta buruz jardun bear degu, gure artean desberdintasun naasirik sortu ez dedin. Ori izango litzake apika, gure erio-arriskurik bildurgarriena. Batera ari gaitezen, indarrrik sakabanatu gabe, eta besteen-gandik ikasi dezagun.

Erderazko jeometri eta edozein matematika-liburuetan, beti itz *Jakiñak* ikusten ditugu. Eta aldatzen diranak ere, oso pixkana eta tantoka bezela mugitzen dira.

"Hipotenusa"-ri ez dio iñork beste itz legunagorik jartzen. Ezta jarri bear ere, indar darion batasuna auldu ez dedin. "Angulo"-ri iñork ez dio "entrante" edo "rincon" esaten; eta ala bear ere, egizko matematika-lana apurtuko ez bada.

Eta orixe egin bear genduke lenbailen, gure euskal-soroan ere. Ikas-gai batean erabilliko diran itzak eta mintzaerak bein erabaki ezkeru, ayekin aurrera jarraitu, noraño joan nai degun gogoratuaz, eta alkarri biotzez eskua emanaz.

Ortara datorkizu ain zuzen ere, liburu onen azken-aldeko jeometri ítz-sorta.

Bi maixu on izan ditut bide-erakusle. Bi liburu bikain gidari. Bata Isaac Lopez Mendizabal'en Diccionario Vasco-Español, eta bestea Aita Plazido Mujika'ren Diccionario Castellano Vasco. Eskarrik asko bieí, billa-lan ontan asko lagundu bait-didate.

Bestetan neroni ibilli naiz, jeometri-gauzak nere kolkorako euskeratzen; eta sortu bezela dijoazkizu, zer arrera on egingo diezun ameslari. Dana dala, gure antziñako oitura berrituaz, eskari auxe egingo dizut, irakurle: "Ondo esanak ondo artu, eta gaizki esanak barkatu".

IRUGARREN OARRA.—Iztegi koskor onek bi zati ditu. Bi txatal. Lenengoan, lezio edo ikaskai bakoitzean bearco dituzun itz bereziak jartzen dizkizut. Itz bakoitzak zer esan nai duan, eta nundik datorren adieraziaz. Batez ere itz berri-berri danean, zergatik ipintzen dedan adierazten dizut. Errezki ulertu dezazun, eta zere iritzia itzari eman dezaiozun.

Orrela egunean egunekoak ikasiaz, neke aundirik gabe ezagutuko dituzu, Jeometri guztian bearco dituzun itzak eta esaerak. Gero atzenean, itz guztiak datozkizu, urrenez-urren, errezkada bakarrean. Eta nere iritzikoa baldin bazera, ez det uste, Neurritziairen ederra euskeraz gozatzeko, itz mordoska ori ikastea, lan geiegi irudituko zaizunik.

IZTEGI BEREZIA

Albo-ertzalde = Arista lateral.

Albo-irukia=El triángulo lateral.

Albo-zabalde=Cara o plano lateral.

Albo-zabalera=Area lateral.

Ainbat izan=Ser tanto como. Equivaler.

Alkar-aldiztu=Multiplicar entre sí. Bi aldiztu = Multiplicar por dos. Milla aldiztu = Multiplicar por mil.

Alkar-berdiñak=Iguales entre sí.

Alkar-neurpena=Razón. Resultado de la división. Alkarren arteko neurpena.

Alkar-neurtu=Ser proporcionales entre sí. Medirse entre sí. Estas dos líneas rectas son proporcionales entre sí=Bi lerro-zuzen auek alkar-neurtzen dute. Au gogoratuz, errez ulertzen dira proporzio-gauza guztiak.

Alderantzian=En sentido inverso. Recíproco. Teorema recíproco = Azalkizuna alderantzian. Len esana, orain atzez aurrera adierazia.

Alkar-neurgarriak=Conmensurables entre sí. Beren artean neurtu ditezkenak.

Alkar-neurreziñak=Incomensurables entre sí. Ezin neurtuak.

Alkar-bizkiak = Paralelos entre sí. Ikusi ezazu "bizki" itza.

Alkar-tenteak=Verticales entre sí. Ikusi ezazu "tente" itza.

Alkar-zear=Oblicuos entre sí. Ikusi "zear" itza.

Amabikia=Dodecógono. Amabi mugalde dituan zokodia.

Amabizabal=Dodecaedro. Amabi zabalde ditucm zabaldua. Poliedro de doce caras.

Amaboskia=Pentadecógono. Amabost mugalde dituan zokodia. Poliedro de 15 caras.

Amarkia=Decógono. Amar mugalde dituan zokodia.

Antolatatu=Formar. Construir. Hacer. Formar una figura=Irudia antolatatu.

Araubide=Fórmula. Modu-bide. Lege-bide. Era-bide.

Ardatza=Eje. Ikusi 353 garren zenbakia.

Ardazpuru=Polo del eje. Ardatzaren bufua. Ardatzaren ertza. Muturra.

Aria=La cuerda. Makoaren bi ertzak ikutzen dituan lerro-zuzena.

Ari-sailla=El conjunto de cuerdas, que constituyen un polígono. Zokodia eratzen duten ari guztiak.

Arkibide = Solución. Modo de encontrar la solución de un problema. Arkitzeko bidea.

Arkígarria = Problema. Arkitu bear degun gauza. Arkitzea komeni dana.

Aterbide = Solución de un problema. Modo de salir de la dificultad de un problema.

Au orren aldean = Esto es a eso. $A : B :: C : D = A B\text{-ren aldean, } C D\text{-ren aldean ainbat da.}$

Azalkizuna = Teorema. Azaldu nai degun egia.

Azalpena = Demostración. Adierazpena. Erakuspena.

Barren-zoko = Angulo inscripto. Kantoia makobil-barruan daukana.

Barren-zokodia = Polígono inscripto. Ikusi 180 garren zenbakia.

Batu = Sumar. Aunar. Sume Ud. los dos lados. Bi mugaldeak batu itzazu.

Barren-makobilla=La circunferencia inscripta. Interior. Barrengo aldetik dagona.

Balio-bereko = Equivalente. Son equivalentes = Balio bereko dira.

Beko atala = Parte inferior del quebrado. Denominador.

Berun-lerroa = Apotema. Línea apotemal. "Apotema" izeneko lerroa, biotzetik ariaren erdira dioa. Eta igeltseruen berun-ariaren antzeko da.

Bestaldeko mugaldea = Lado opuesto. Línea del otro lado.

Bi alako = El doble. Ura bi aldiz.

Bideidian egon = Ser equidistante. Superficie plana trazada en el punto equidistante de una recta = Lerro-zuzenaren biderdiko zabalgunetea.

Bilduma = Suma. La suma de dos bases = Bi oñazpien bilduma.

Bigarren eineko erroa = Raíz cuadrada. La raíz de kr segunda potencia.

Bikonde = Cuadrado. No en el sentido de paralelogramo **cuadrado** (fig. 31), que se dice "parebidun **trinkoa**"; sino como elevado a la segunda potencia, es decir, multiplicado por sí mismo. Este cuadrilátero tiene 200 metros cuadrados=Lauki onek berreun metro bikonde ditu. Este polígono tiene 13,020 mts² =Zokodi onek, amairu metro ta ogei metro-millen bikonde ditu.

Bikondetu = Elevar a la segunda potencia. Al cuadrado. Bigarran einera jaso. El cuadrado de A es igual a\ cuadrado de B = A-bikondetua B-bikondetuaren neurriko da.

Bikide = Isósceles. Bi mugalde kide dituana. Bi mugalde berdin dituana.

Blotza = El centro. El corazón. Makobillaren biotza=El centro de la circunferencia. Zokodiaren biotza=El centro del polígono.

Blotz-zoko=Angulo central. Makobillaren-biotzeraño-sartzen dan zokoa.

Blzabal=Diedro. Bi zabalde difuana.

Bi zabalgunete alkar-erdibitzalle = Dos pkmos que se cortan entre sí.

Bizabal estua = Diedro agudo.

Bizabal alkar-betegarri = Diedros suplementarios entre sí. Ikusi 255 garren zenbakia. Nótese la diferencia entre suplementario y complementario.

Bizabal alkar-osagam=Diedros complementarios entre sí.

Bizabal irikla = Diedro obtuso.

Bizabal tentea = Diedro recto.

Bizabal alkar-urko = Diedros adyacentes entre sí.

Bizabal zearra = Diedro oblicuo.

Bizabal gurutzatuak = Diedros opuestos por la arista. Gurutze-moduan jarriak.

Bizkirudia = El prisma, Irudi onek bai bi oñazpiak, bai albo-zabaldeak, baita albo-zabaldeak ertzalde guztiak ere, alkar-bizkiak ditu. Orregatik, bizkiez egiña dalako, bizki-irudia deritza.

Bizkirudi motza=El prisma truncado. Tronco de prisma.

Bizirudi tentea = El prisma rectangular. Zoko tentea duan bizkirudia.

Bizkirudi parebiduna = El prisma paralelepípedo. Bi oñazpi parebidun dituana.

Bizkirudi zearra = El prisma oblicuo. Zoko ez-tenteak dituan bizkirudia,

Bizki = Paralelo. Líneas paralelaa = Lerro bizkiak.

Bizki-ezak = Anti-paralelos.

Bizki-zatiak=Partes de paralelas.

Boilla = La esfera.

Boil-alderdi = Zona esférica.

Boil-ardatza = Huso esférico.

Boil-atala = Zona esférica. Trozo de esfera. Ikusi 377 garren zenbakia.

Boil-atalaren txapela = El casquete esférico. Casquete de trozo de esferet.

Boil-azala = Superficie esférica.

Boil-irukia = El triángulo esférico.

Boil-iruki bitentea = Triángulo esférico birrectángulo. Bi zoko tente dituana.

Boil-iruki irutentea = Triángulo esférico trirrectángulo. Iru zoko tente dituana.

Boil-iruki tentea = Triángulo esférico rectángulo. Zoko tente duana.

Boil-pusketa = Segmento esférico. Ikusi 370 garren zenbakia.

Boil-sortzalle = Generatriz de esfera.

Boil-zabalgunea = Superficie esférica. Como boil-azala.

Boil-zali = Sector esférico. Ikusi 370 garren zenbakia.

Boil-zoko = Angulo esférico.

Borobiltua = Redondo. Redondeado. Zabalgune borobiltua = Superficie redondeada.

Boski-bizkirudia = Prisma pentagonal. Bost albo-zabalde dituan bizkirudia.

Boski-txunturra = La pirámide pentagonal. Bost albo-zabalde dituan txunturra.

Boszabal = Pentaedro. Bost zabalde dituana.

Bostena = La quinta parte. Bostetik bat.

Berdintza = Igualdad. Proporción igual, Berdintasuna.

Egon-lekua = Situación. Sitio en que está colocado algo.

Ein = Potencia. Elevar a la segunda potencia = Bigarren einera jaso.

Epai-lerroa = Línea que corta. Epaitu, ebaki bait-da.

Epai-une = Intersección. Sitio de sección. Lugar en que se cortan.

Epai-zabalde = Superficie secante. Ebakitzen edo epaitzen duan zabaldea.

Epai-zokodia = Polígono de la sección. Polígono surgido al hacerse la sección. Ebaikitakoan sortutako zokodia. Adibidez, bizkirudia zabalgunez ebakita, zokodi bat sortzen da. Ori da epai-zokodia.

Era bereko = De igual dirección. Que llevan el mismo sentido. Homólogo. Norabide bera daramakina.

Era bereko mugaldea = Lado homólogo. Era berean jarria. Sentidu berean ipiñia.

Eratu = Formar. Construir. Hacer, Makobilla eratu = Construir una circunferencia.

Erdibarren zoko = Angulo semi-inscripto. Ikusi 112 garren zenbakia.

Ertzalde = Arista. Ertz-alde. Alderdi edo alde ertzaduna.

Errezkada = Hilera. Orden. Iru puntu errezkada berean jarriak = Tres puntos colocados en la misma linea. En línea recta.

Errañu = Rayo. Proyección. Distancia arrojada. Ikusi '163 garren zenbakia.

Erroa = La raíz. La raíz cuadrado de 20 = Ogei-ren bigarren eineko erroa. La raíz cúbica de mil = Millaren irugarren eineko erroa.

Eunen = Centésima parte. Metro-eunen = Centímetro. 7,10 mts = 7 metros y diez centímetros = Zazpi metro ta amar metro-eunen. 0,08 mts = 8 metro-eunen.

Eunkia = Polígono de cien lados. Eun mugalde dituan zokodia.

Ezin-neurtuzko = Inconmensurable. Neur-eziña.

Ez neur-bateko = Irregular. Neurri ez-berdiñez egiña. Polígono irregular = Ez neur-bateko zokodia.

Ezkide = Escaleno. Mugalde kiderik gabea. Mugalde berdiñik gabea. Triángulo
•escaleno = Iruki ezkidea.

Geratzen dana = El resto. Cien menos diez, multiplicado por 20 = Eun-i amar kendu, eta geratzen dana ogei-aldiz artu.

Gidari = Directriz. Línea que engendra el cono. Txano-sortzallea.

Goibea = La altura. Góitik beerako tartea.

Goiko atala = Parte superior del quebrado. El numerador.

Ingurumena = El perímetro.

Iku-lerro = Línea tangente. Ikutzen duan lerroa. Lerro-ikutzalle.

Iku-puntua = Punto de contacto. Ikusi 140 garren zenbakia.

Iku-zabalde = Superficie tangente. Ikutzen duan zabaldea.

Iru alako = El triple. Ura iru aldiz artua.

Irudia = La imagen. Figura.

Irudi-antolatze = Problema gráfico. Elaboración de determinada figura.

Irudi-txapal = Figura plana.

Irukia = El triángulo. Iru mugalde dituan zokodia.

Irukide = Equilífero. Iru mugalde berdiñak dituana.

Iruki-bizkirudia = Prisma triangular. Ikusi 311 garren zenbakia.

Iruki-txuntxur = Pirámide triangular. Ikusi 304 garren zenbakia.

Irukonde = Tercera potencia. Diez metros cúbicos = Amar metro irukonde. Esta pirámide mide catorce metros y ciento veinte milímetros cúbicos. = Txuntxur onek, 14 metro ta 120 metro-millen irukonde ditu.

Irukondetu = Elevar a la tercera potencia. Hallar el cubo. $AB^3 : CD^3 :: 4 : 2$. AB elevado a la tercera potencia es al cubo de CD, como 4 es a 2. AB-irukandetua CD-irukondetuaren aldean, lau bi-ren aldean ainbat dezu.

Irurena = El tercio. La tercera parte. Irutik bat.

Iruzabala = El triedro. Iru zabalde dituan zokoa.

Iruzabal bitentea = El triedro birrectángulo. Bi tente dituan iruzabala.

Iruzabal irutentea = El triedro trirrectángulo. Iru tente dituan iruzabala.

Iruzabal tentea = El triedro rectángulo. Tentebat duan iruzabala.
Iruzabal neurkide = Triedro siraétrico. Neurri bera duan iruzabala.
Iruzabal neurkide = Tiedro simétrico. Neurri bera duan iruzabala.

Jeometri = Neurritzia. Neur-liburua. Neur-iztia.
Jeometri-leku = Lugar georaétrico. Neur-lekua.
Jarkera = Posición. Sitio ocupado. Manera de estar. Iartzeko modua.

Kanpo-makobilla = Circunferencia exterior. Circunscripta. Kanpo-aldetik dagona.
Kanpo-zoko = Angulo exterior. Lerro-bízkiez kanpoan dagona.
Kanpo-zokodi = Polígono circunscripto. Ikusi 180 garren zenbakia.
Kantoi = Vértice. Zokoa kanpotik ikusia. Bi lerro-zuzenen iku-puntua.
Kendu = Restar. Quitar. 400 raenos 100 = 400-i 100 kendu. Lareun eun kenduta.
Koner-lerroa = La línea diagonal. Ikusi 73 garren zenbakia.
Koroi = Corona. Anillo. Ikusi 92 garren zenbakia.
Koroi-zati = Trapecio circular. Ikusi 92 garren zenbakia. Trapecio baño, garbiago da zati esatea, nere ustez. Koroi-zatia ez bait-da egitako trapecio edo bizkidun.
Korputz = Cuerpo geométrico. Magnitud de tres dimensiones. Iru neurri dituan aundiera. Korputzaren aundiera, lodi esan oi da.
Korputz borabil = Cuerpo redondo. Redondeado. Borobiltua.
Korputz-neurketa = Medición de cuerpos geométricos. Geometría de cuerpos. Geometría del espacio. Iru neurriak artzen dituan Jeometri-zatia, Neurritzi-zatia.
Korputz zabalduak = Cuerpos poliedros. Zenbait zabalde dituzten korputzak. Bi zabalde dituana, bizabal esan oi da. Iru dituana, iruzabal. Eta abar. Bañan zabalde dituzten ezker, zabalduak dira. Poliedros.

Lau alako = El cuádruplo. Ura lau aldiz.
Lauki = Cuadrilátero. Lau mugalde dituan zokodia.
Lauki-bizkiduna = Cuadrilátero trapecio. Bi mugalde bizki dituan laukia.
Lauki-bizkigabea = Cuadrilátero trapezoide. Mugalde bizkirik g-abeko laukia.
Lauki-bizkirudia = Prisma cuadrangular. Ikusi 311 garren zenbakia.
Lauki-parebiduna = Cuadrilátero paralelogramo. Bi lerro-pare bizki dituan laukia.
Laukitu = Hacer que sea cuadrilátero. Zokodia laukitu. Lauki egin. Convertir un polígono en cuadrilátero, o sea, reducir a cuatro lados.
Laukitasuna = La cuadratura. La cuadratura del círculo = Oboaren laukitasuna.
Lauki-txuntxur = Pirámide cuadrangular. Ikusi 304 garren zenbakia.
Laukonde = La cuarta potencia. Cien elevado a la cuarta potencia = Eun laukonde.
Laukondetu = Elevar a la cuarta potencia. Laugarren einera jaso. A elevado a la cuarta potencia es igual a B más C elevada a la cuarta potencia. = A-laukondetu B/C laukondetuak ainbat dezu.
Laurdena = La cuarta parte. Lautik bat.
Lauzabal = Tetraedro. Lau zabalde dituan irudia.
Lauzabalaren gaiak = Los elementos constitutivos del tetraedro: zabalde, ertzalde, kantoi, zoko...

Lauzabal motza = Tetraedro parcial. Truncado. Tronco de tetraedro.

Lerro = Línea.

Lerro-bizkia = Línea paralela.

Lerro-makoa = Línea curva. Arqueada.

Lerro okerra = Línea oblicua. No recta.

Lerro tentea = Línea perpendicular.

Lerro zatitua = Línea quebrada.

Lerro zearra = **Zear-lerroa** = Línea no perpendicular. Oblicua. Particularmente la hipotenusa.

Lerro-zoko = Angulo rectilíneo. Ikusi 263 garren zerbakia.

Lerro zokoduna = Línea poligonal. Zokoak egiten dituan lerroa.

Lerroz kanpoko puntua = Punto exterior a la recta. Punto en el espacio. Ikusi 243 garren zerbakia.

Lerro zuta = El cateto. Zutik, okertu gabe dagon lerroa.

Lerro zuzen = Línea recta.

Lodiera = Volumen. Iru neurri dituan aundiera. Magnitud de tres dimensior /s.

Luzapen = Prolongación de una recta.

Luzera = Longitud. Neurri bateko aundiera. Magnitud de una dimensión.

Malla = Grado. Angulo de 60 grados = 60 mallako zokoa.

Makobilla = La circunferencia. Mako bildua. Arku itxia.

Makobil aundia = La circunferencia máxima. Ikusi 375 garren zerbakia.

Makobil biozkideak = Circunferencias concéntricas. Biotz bera duten makobillak.

Makobil txikia = La circunferencia mínima. Ikusi 375 garren zerbakia.

Metro-eunen = Centímetro. 7,10 mts = 7 metros y 10 centímetros = 7 metro ta 10 metro-eunen. 0,08 mts = 8 metro-eunen.

Metro-millen = Milímetro. 8,020 mts = metro ta 20 metro-millen.

Millakia = Polígono de mil lados. Milla mugalde dituan zokodia.

Millazabal = Poliedro de mil caras. Milla zabalde dituan zabalduna.

Millena = La milésima parte. Millatik bat.

Moldatu = Construir. Formar. Hacer. Irudia moldatu = Construir una figura.

Mugalde = Lado. Muga-alde. Mugatzen duan alde.

Mugalde-sail = Número de lados. Conjunto.

Mugakide = Equilátero. Mugalde kideak edo berdiñak dituan irukia.

Mutur-ertzak = Lcs extremos. Lerroaren mutur-ertzak = Los extremos de una línea.

Neur-bateko = Regular. Neur batean egiña.

Neur-bateko zabalduna = Poliedro regular.

Neur-bateko zokodia = Polígono regular.

Neur ez-bateko = Irregular. Neurri desberdiñetan egiña.

Neur-eziña = Inconmensurable. Ezin neurtua.

Neurgai = Unidad de medida.

Neurri ama = La mayor de dos medidas, relacionadas entre sí, como media y extrema razón.

Neurri ama-semeak — Ambas medidas, relacionadas entre sí, como media y extrema razón.

Neurriko izan = Ser igual a otro. A-zokoa B-ren neurriko da = El ángulo A es igual al ángulo B.

Neurritzia = Geometría. Neur-iztia. Jeometri-moduz neurtzen erakusten digun liburua.

Oboa = El círculo.

Obo aundi = Círculo máximo. Ikusi 375 garren zenbakia.

Obo-erdi = Semicírculo.

Obo-erdi malladuna = Semicírculo graduado. Instrumento para medir. Neurtzeko tresna. Neurgallua.

Obo-biotza = El centro del círculo.

Obo-pusketa = Segmento circular. Ikusi 91 garren zenbakia.

Obo-txano = Cono circular. Oñazpi oboa duan txanoa.

Obo-txano tentea = Cono circular recto.

Obo txiki = Círculo mínimo. Ikusi 375 garren zenbakia.

Obo-zabalgune = Superficie circular. En forma de círculo.

Obo-zati = Sector circular. Ikusi 370 garren zenbakia.

Obo-zoko = Ángulo circular excéntrico. Kantoia oboan daukan zokoa.

Obo-zubil = Cilindro circular. Oñazpi oboa duan zubilla.

Obo-zubil tentea = Cilindro circular recto.

Ogeizabal = Icosaedro. Ogei zabalde dituan zabalduna.

Ogeikia = Polígono de veinte lados. Ogei mugalde dituan zokodia.

Onen berdiña = Igual a éste. A-zokoa B-ren berdiña da = El ángulo A es igual al B.

Oñarri = Póstrulado. Gero azalduko diran egien eusgarria edb sustraia.

Oñazpi = Base. Irukiaren oñazpia = la base del triángulo.

Oyen arteko neurpena = Medio proporcional entre éstos. Ikusi ezazu iztegi ontan "alkar neurpena" eta "alkar-neurtu" zer diran.

Ondorea = Corolario. Aurreko egi batetik datorrena.

Parebiduna = Paralelogramo. Cuadrilátero paralelogramo = Lauki parebiduna. Bi pare bizki dituana.

Parebidun albo-tentea = Paralelepípedo rectángulo, De caras rectangulares. Albo-zoko tenteak dituana.

Parebidun azpi-tentea = Paralelepípedo rectangular. De bctses rectangulares. Oñazpi-zoko tenteak dituana.

Parebidun tentea = Paralelogramo rectángulo. Zoko tentea duan parebiduna.

Parebidun okerra = Paralelogramo romboide. Ikusi 77 garren zenbakia.

Parebidun trinkoa = Paralelogramo cuadrado. Ikusi 77 garren zenbakia.

Parebidun trinkokerra = Paralelogramo rombo. Ikusi 77 garren zenbakia.

Pare-zoko = Ángulo correspondiente. Bata bestearen parean dauden zokoak.

Pare-zoko bizabal = Ángulo diedro correspondiente. Ikusi 281 gaTren zenbakia.

Puntu bat-zear = A través de un punto, Puntu bai ikutuaz.

Puntu jakiña = Punto determinado.

Segidako zokoak = Angulos consecutivos. Urrez-urren dauden zokoak.

Seikia = Exágono. Sei mugaldeko zokodía.

Seizabal = Cubo. Exaedro. Paralelepípedo de seis caras cuadradas. Sei lauki trinkoz esitako bizkirudi-parebiduna.

Sort-puntua = El punto de origen. Lerroaren sort-puntua = Punto donde comienza una línea.

Sortzalle = Generador. Generatriz. Txano-sortzalle = Línea generatriz de un cono.

Tajutu = Componer. Elaborar. Hacer. Irudia tajutu = Componer una imagen.

Tartea = Distancia. Espacio entre.

Txano = Cono.

Txano-burua = Cono deficiente. Txanoari moztutako goi-puska.

Txano motza = Cono truncado. Tronco de cono. Txano moztua.

Txano-zabalgunea = Superficie cónica.

Txapal = De forma plana. Zabalgune txapala = Superficie plana.

Txapal jarri = Desenrollar. Colocar en un plano. Txapaldu. Edatu. Zabaldu.

Txapel = Casquete. Boil-txapela = Casquete esférico.

Txatal = Parte. Apartado. Trozo.

Txuntxur = Pirámide.

Txuntxur-burua = Pirámide deficiente. Txuntxurrari kendutako goi-puska.

Txuntxur motza = Pirámide truncada. Tronco de pirámide. Txuntxur moztua.

Zabala = Lo ancho. El área. Zabalera. Area de un triángulo = Irukiaren zabala edo zabalera.

Zabalde = Cara. Plano, Zabal-alde. Alderdi zabala.

Zabalera = Area. Bi neurriko aundiera = Magnitud de dos dimensiones.

Zabalera osoa = Area total.

Zabalduna = El poliedro. Alde zabalak dituana.

Zabaldun antz-kide = Poliedro semejante. Antzekoa. Berdinsua.

Zabaldun ganbilla = El poliedro convexo. Ikusi 282 garren zenbakia.

Zabaldun txokona = El poliedro cóncavo.

Zabalgune = Superficie. Zabal-une. Zabal-tartea.

Zabalgune bizkiak = Superficies paralelas.

Zabalgunearen tentea izan = Ser perpendicular al plano. La línea recta AB es perpendicular al plano MN = AB-lerroa MN-zabalgunearen tentea da.

Zabal-neurketa = Medición de lo plano. Geometría de lo plano. Geometría plana.

Zabal-zoko = Angulo plano. Cara que forma ángulo. Zabalde-zoko.

Zatitu = Dividir. 100 dividido por 10. = 100 10-ez zatitua.

Zear-lerro = Hipotenusa. Zearkako lerroa.

Zear-zoko = Angulo alterno. Epai-lerroaren alde banetara dauden zokoak, zear-zoko dira.

Zenbaki = Número.
Zenbaki-balioa = Valor numérico.
Zear-zoko bizabal = Angulo diedro alterno.
Zil-lerroa = El diámetro. Zille.tik pasatzen dan lerro-zuzena. Makobillaren zilla, bio-
 fza da.
Zillerdia = El radio. Zil lerroaren erdia = La mitad del diámetro.
Zoko = Angulo.
Zoko betegarriak = Angulos suplementarios. Bi zoko tente betetzen dituztenak.
Zoko bizabala = Angulo diedro. Bi zabalde dituan zokoa.
Zokodi = Polígono. Zoko-sailla. Conjunto de cmgulos.
Zokodi antz-kide = Polígono semejante. Antzadun. Berdintsu.
Zokodi ganbilla = Polígono convexo. Ikusi 79 garren Zenbakia.
Zokodi txokona = Polígono cóncavo.
Zokodi-zati = Sector poligonal.
Zoko estua = Angulo agudo.
Zoko estuduna = Acutángulo.
Zoko-erdibitzallea = Bisectriz del ángulo.
Zoko irikia = Angulo obtuso.
Zoko irikiduna = Obtusángulo.
Zoko gurutzatuak = Angulos opuestos por el vértice. Gurutze-eran jarriak.
Zokokide = Equiángulo. Zoko berdiñak dituana.
Zoko okertua = Angulo oblicuo. Zoko ez-tentea. 90 malla ez dituan zokoa. Izan di-
 teke estua (90 malla baño gutxiago) ala irikia (90 malla baño geiago) dituana.
Zoko osaganiak = Angulos complementarios. Zoko tente bat osatzen dutenak.
Zoko tentea = Angulo recto. 90 malla dituana.
Zoko tenteduna = Rectángulo.
Zoko-zabalduna = El ángulo poliedro. Zenbait zabalde dituan zokoa. Bitik gora.
Zokoz beste mugaldea = El lado opueato al ángulo.
Zoko-urkoa = Angulo adyacente. Aldemenean dagona.
Zubilla = El cilindro. Zur bildua. Bil-egiña.
Zubil-zabalgunea = La superficie cilíndrica.

ARKIBIDEA

Orrialdeak

ATARIA	V
HITZAURRE GISA	VII

LENENGO IKASKAIA

Zenbait izen: neurritzia, aundiera, lerro, zabalgune ta korputz.— Jeometri-puntua.— Luzera, zabalera, lodiera.— Lerro zuzena eta lerro makoa.— Zabalgune txapala eta borobiltzua.—Zabal-neurketa eta korputz-neurketa.— Azalkizuna eta alde erantzia 14

II GARREN IKASKAIA

Lerro zuena.— Zenbait oarkizun.— Lerro tentea eta lerro okerra.— Neurgaia.— Lerro alkar-neurgarriak eta neur-eziñak.— Lerro zokoduna.— Zokodia 5-10

III GARREN IKASKAIA

Zokoak.— Zoko tentea eta okertua.— Zoko estua eta irikia.— Zoko osagarriak eta zoko betegarriak,— Zoko urkoak.— Zoko gurutzatuak.— Zoko-erdibitzallea.— Zenbait jakingarri 11-18

IV GARREN IKASKAIA

Lerro tenteak eta zearrak.— Zenbait azalkizun.— Ondoreak 19-23

V GARREN IKASKAIA

Lerro bizkiak.— Euklide8-en oñarria.— Zenbait ondore.— Zenbait azalkizun 24-30

VI GARREN IKASKAIA

Irukiak.— Irukia zer dan.— Zenbait azalkizun eta ondore.— Zenbait oarkizun 31-37

VII GARREN IKASKAIA

Orrialdeak

Laukiak.— Laukia zer dan.—Lauki bizkigabea, kizkiduna eta parebíduna.—Koner-lerroa.—Laukiaren oñazpi-goibeak.—• Zenbait azalkizun eta ondore. 38+43

VIII GARREN IKASKAIA

Zokodia.— Mugalde, zoko, kantoi, ingurumena.—• Zokodiaren koner-lerroa.— Zokodi ganbil eta zokodi txokon.—• Mugakide, zokokide.—• Neur-bateko zokodia eta ez neur-batekoa.— Irukia, seikia, bederatzikia... eunkia.— Zenbait azalkizun. 44-48

IX GARREN IKASKAIA

Makobilla eta oboa.— Zil-lerroa eta zillerdia.— Aria, iku-lerroa, epailerroa.—Obo-zatia eta obo-pusketa.— Makobil biozkideak.—Koroia eta koroizatia.— Zenbait azalkizun eta zenbait ondore. 49-54

X GARREN IKASKAIA

Makobilla eta zenbait lerro zuzen.— Zenbait azalkizun eta ondore.— Oarkizuna. 55-61

XI GARREN IKASKAIA

Zoko-neurketa.—• Biotz-zokoa eta obo-zokoa.— Barren, erdi-barren eta kanpo-zokoak.— Zenbait azalkizun ta ondore. 62-68

XII GARREN IKASKAIA

Lerro zuzenak eta zokoak dirala^ta zenbait arkigarri. 69V74

XIII GARREN IKASKAIA

Zokodiak dirala-ta zenbait arkigarri.—• Oarra. 75-81

XIV GARREN IKASKAIA

Makobillak dirala-ta zenbait arkigarri. 82-87

XV GARREN IKASKAIA

Lerro zuzen alkar-neurtuak.—Zenbait azalkizun eta ondore.—Oarra. 88-94

XVI GARREN IKASKAIA

Zokodi antz-kide edo berdintsuak.— Oarra.— Zenbait azalkizun ... 95-100

XVII GARREN IKASKAIA

Iruki antz-kideak eta auek dakarzkiten zenbait ondore.— Errañua zer dan.— Zenbait azalkizun eta ondore.— Pitagoras-en azalkizuna. 101-107

XVⁱⁿ GARREN IKASKAIA

Orrialdeok

Zenbait irudi-anlolate ta beste arkigarri.—Neurri ama-semeak ... 108414

XIX GARREN IKASKAIABarren-zokodiak eta kanpo-zokodiak.— Zenbait azalkizun *úa* zenbait ondore."..... 115-12:1**XX GARREN IKASKAIA**

Berun-lerroa zer dan.— Zer balio duan.— Zenbait mugaldeen balioa.— Lau azalkizun.—Oarkizunak. 122-132

XXI GARREN IKASKAIA

Zenbait irudi-antolate.— Zenbait arkigarri.— Oarra. 133-139

XXII GARREN IKASKAIAMakobillaren eta zil-lerroaren arteko alkar[^]neurpena.— Zenbait azalkizun eta zenbait arkigarri. 140-146**XXIII GARREN IKASKAIA**

Irudi txapalen zabalera.— Zenbait azalkizun eta ondore. 147'154

XXIV GARREN IKASKAIA

Irudi txapalen zabalak, bata bestearen aldean,— Zenbait azalkizun eta ondore. 155-162

XXV GARREN IKASKAIA

Zenbait irudi-antolate ta zenbait arkigarri'. 163-169

XXVI GARREN IKASKAIA

Korputz-neurketa.— Zenbait azalkizun ta andore.— Zabalgune-zokoa zer dan. 170-176

XXVII GARREN IKASKAIA

Lerro zuzen bizkiak eta zabalguneko bizkiak.— Zenbait azalkizun ta ondore. 177-U82

XXVIII GARREN IKASKAIA

Zoko bizabala zer dan.— Zabalgune tentea eta zabalguneko zearra.— Bizabal tentea.—Bizabal alkor-osagarri ta alkar-betegarri.— Bizabal gurutzatuak.—Bizabalaren lerro-zokoa.— Zenbait azalkizun ta ondore,— Oarra. 183-188

XXIX GARREN IKASKAIAOrrialdeak

Zabalde alkar-tenteak.— Zabalde alkar-bizkiak.— Zenbait azalkizun ta ondore 189-194

XXX GARREN IKASKAIA

Zoko-zabaldunak.— Zabal-zokoa.— Kantoia ta ertzaldea.— Zabal-dun ganbillak eta zabaldun txokonak.— Iruzabal alkar-betegarriak.— Oarra.—Zenbait azalkizun eta ondore 195-202

XXXI GARREN IKASKAIA

Lerro zuzenak, zabalgunee tentee eta zabalgunee bizkiak dirala-ta, zenbait arki-garri.—Oarrak 203-208

XXXII GARREN IKASKAIA

Korputz zabaldunak.— Lauzabalak.— Zabalduna zer dan.— Iruzabal, ogeizabal, millazabal.— Neur-bateko zabaldunak.— Zenbait azalkizun.— Alderantzian 209-214

XXXIII GARREN IKASKAIA

Txuntxurra zer dan.— Txuntxurraren kantoi, oñazpi, goibe.— Iruki-txuntxur.— Lauki-txuntxur.— Boski-txuntxur.— Zenbait ondore.— Txuntxur motza.— Txuntxur-burua.— Zenbait azalkizun.— Zenbait arki-garri 215-221

XXXIV GARREN IKASKAIA

Bizkirudia zer dan.— Bizkirudiaren oñazpi-goibeak.— Iruki, lauki, boski-bizkirudia.— Bizkirudi tentea eta zearra.— Neur-bateko bizkirudia.— Bizkirudi motza.— Zenbait azalkizun.— Bizkirudi parebiduna.— Azpi-tentea eta albo-tentea.— Seizabala zer dan.— Zenbait ondore.— Oarra 222-227

XXXV GARREN IKASKAIA

Zabaldun antz-kideak.— Zenbait azalkizun.— Alderantzian.— Zenbait ondore 228-234

XXXVI GARREN IKASKAIA

Balio bereko zabaldunak.— Zonbait azalkizun eta ondore 235-241

XXXVII GARREN IKASKAIA

Bizkirudi parebidunek noiz balio bera duten, eta noiz alkar-neurtzen duten.— Zenbait azalkizun 242-249

XXXVIII GARREN IKASKAIA

Orrlaldeak

Zabaldunen zabalera.— Zenbait azalkizun, ondore ta adibide. 250-255

XXXIX GARREN IKASKAIAZabaldunen lodiera.— Zenbait azalkizun, ondore ta adibi-e.— Neur-
bateko zabaldunen lodiera.— Oarra 2S6-2&1**XL GARREN IKASKAIA**Txano-zabalgunea zer dan.— Sortzalle, kantoi, gidari.— Txanoa zer
dan.— Mugalde, oñazpi, goibe.— Obo-txanoa zer dan.— Ardatza.—
Txano motza.— Zenbait azalkizun, ondore ta arkigarri 262-269**XLI GARREN IKASKAIA**Zubil-zabalgunea zer dan.—Sortzallea ta gidaria.—Obo-zubil zabalgu-
nea.— Zubilla zer dan.— Mugaldaak, oñazpiak, goibe ta ardatza.—
Obo-zubilla.— Zenbait azalkizun ta ondore 270-274**XLII GARREN IKASKAIA**Boil-zabalgunea zer dan.— Boilla zer dan.— Sortzallea, biotza, zil-le-
rroa, zillerdia, ardatza ta ardazpuruak.— Boil-zatia ta boil-pusketa.—
Zenbait azalkizun ta ondore. 275-280**XLIII GARREN IKASKAIA**Boil-atala.— Onen oñazpiak, goibe ta txapela.— Boil-ardatza.—
Boil-zokoa zer dan.— Boil-irukia zer dan.— Boil-iruki tentea, bl-ten-
tea, iru-tentea.— Azalkizuna.— Arkigarria 281-286**XLIV GARREN IKASKAIA**

Korputz borobillen zabalera.— Zenbait azalkizun, ondore ta adibide. 287-294

XLV GARREN IKASKAIAKorputz borobillen lodiera.— Zenbait azalkizun, ondore, oar eta adl-
bide. 295-303**IRU OAR** 305-307**IZTEGI BEREZIA** 309-317

